

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

ИЗДАНИЕ ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ»

Журнал издается с января 1958 г.

ТОМ 52

НОЯБРЬ 2009

№ 11

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ВЫПУСК

АВИОНИКА И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

*Под редакцией доктора технических наук, профессора А. А. Бобцова,
доктора технических наук, профессора В. В. Григорьева,
доктора технических наук, профессора П. П. Парамонова,
доктора технических наук, профессора А. В. Ушакова*

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АВИОНИКИ	
Григорьев В. В., Козис Д. В., Коровьяков А. Н. Принципы построения пилотажно-навигационных комплексов на основе интегральной модульной авионики	7
Андреев Л. В., Богословский С. В., Видин Б. В., Жаринов И. О., Жаринов О. О., Парамонов П. П., Шек-Иовсеянц Р. А. Межсамолетная навигация группы летательных аппаратов	12
Григорьев В. В., Мансурова О. К., Мотылькова М. М., Рабыш Е. Ю., Рюхин В. Ю., Черевко Н. А. Исследование систем пространственного слежения с периодическими коэффициентами	16
Андреев Л. В., Богословский С. В., Видин Б. В., Жаринов И. О., Жаринов О. О., Парамонов П. П., Сабо Ю. И. Формализация вектора наблюдений измерительного комплекса беспилотных летательных аппаратов	23
УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ	
Арановский С. В., Бардов В. М., Бобцов А. А., Капитонов А. А., Пыркин А. А. Синтез наблюдателя в условиях возмущения процесса измерения выходной переменной	28
Бобцов А. А., Николаев Н. А. Использование линейной версии метода последовательного компенсатора для стабилизации систем со степенными статическими нелинейностями	33
Бирюков Д. С., Слита О. В., Ушаков А. В. Оценка затрат на управление в задаче обеспечения желаемой структуры мод и их робастности	38
Ушаков А. В., Цветарный А. Ю. Модальное управление динамическими одноканальными объектами при сложном экзогенном стохастическом воздействии	43

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

Бушуев А. Б., Исаева Е. Г., Морозов С. Н., Чепинский С. А. Управление траекторным движением многоканальных динамических систем.....	50
Алексеев Р. А., Котельников Ю. П. Формирование задающих воздействий, обеспечивающих движение двуногого шагающего робота в сагиттальной плоскости	56
Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Конструирование вещественнозначной критериальной матрицы для одноканальной системы	62
Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Вырождение производственной динамической системы, вызванное усталостью ее антропокомпонентов	66

ИНФОРМАТИКА В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Дударенко Н. А., Нуйя-Осищева О. С., Ушаков А. В., Филиппов М. И. Управление одноканальными объектами с помощью скалярного двоичного канала связи.....	72
Ушаков А. В., Яицкая Е. С. Помехозащитное декодирование систематических кодов.....	77

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

Бойков В. И., Быстров С. В., Григорьев В. В., Обертов Д. Е. Пьезопривод на основе тонкопленочных пьезоактюаторов	84
Бойков В. И., Быстров С. В., Коровьяков А. Н., Салмыгин И. П. Экспериментальное исследование характеристик пьезоприводов нового поколения.....	87
SUMMARY (перевод Ю. И. Копилевича).....	91

THEMATIC ISSUE

AVIONICS AND CONTROL IN TECHNICAL AND INFORMATION SYSTEMS

*By Edition A. A. Bobtsov, Doctor of Technical Science, Professor,
V. V. Grigoriev, Doctor of Technical Science, Professor,
P. P. Paramonov, Doctor of Technical Science, Professor,
A. V. Ushakov, Doctor of Technical Science, Professor*

CONTENTS

INTRODUCTION	5
ACTUAL PROBLEMS OF AVIONICS	
Grigoriev V. V., Kozis D. V., Koroviakov A. N., Litvinov Yu. V. Construction Principles of Flight Navigation Systems on the Base of Integrated Modular Avionics	7
Andreev L. V., Bogoslovsky S. V., Vidin B. V., Zharinov I. O., Zharinov O. O., Paramonov P. P., Sheklovsepyantz R. A. Combined Navigation of a Flying Vehicle Group	12
Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Motylkova M. M., Rabysh E. Yu., Ryuhin V. Yu., Cherevko N. A. Study of Spatial Tracking System with Periodic Coefficients	16
Andreev L. V., Bogoslovsky S. V., Vidin B. V., Zharinov I. O., Zharinov O. O., Paramonov P. P., Sabo Yu. E. On Observation Vector Formalization for Measuring System of Unmanned Flying Vehicle	23
CONTROL OVER TECHNICAL SYSTEMS	
Aranovsky S. V., Bardov V. M., Bobtsov A. A., Capitonov A. A., Pyrkin A. A. Observer Synthesis in the Presence of Disturbances in Output Variable Measurement Process	28
Bobtsov A. A., Nikolaev N. A. Application of Linear Version of Serial Compensator Method for Stabilization of System with Power Static Nonlinearities	33
Biryukov D. S., Slita O. V., Ushakov A. V. Estimation of Control Costs in the Problem of Ensuring of Required Mode Structure and Robustness	38
Ushakov A. V., Tsventarnyi A. Yu. Modal Control over Dynamic Single-Channel Object under a Complex External Stochastic Influence	43
APPLIED PROBLEMS OF CONTROL	
Bushuev A. B., Isaeva E. G., Morozov S. N., Chepinsky S. A. Control over Trajectory Motion of Multichannel Dynamic System	50
Alexeev R. A., Kotelnikov Yu. P. Generation of Stimuli Providing Motion of Two-Legged Walking Robot in Sagittal Plane	56
Dudarenko N. A., Polyakova M. V., Ushakov A. V. Construction of Real-Valued Criterion Matrix for Single-Channel System	62
Dudarenko N. A., Polyakova M. V., Ushakov A. V. Degeneracy of Industrial System Caused by Anthropogenic Fatigue of Its Components	66

INFORMATICS IN TECHNICAL SYSTEMS

Dudarenko N. A., Nuya-Osiptseva O. S., Ushakov A. V., Filippov M. I. Control over Single-Channel Object with the Use of Serial Binary Communication Link	72
Ushakov A. V., Yaitskaya E. S. Noise-Immune Decoding of Systematic Codes	77

TECHNICAL MEANS OF CONTROL AND INFORMATICS

Boykov V. I., Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Obertov D. E. Piezoelectric Drive on the Basis of Thin-Film Piezoceramics	84
Boykov V. I., Bystrov S. V., Koroviakov A. N., Salmygin I. P. Experimental Study of Characteristics of New-Generation Piezoelectric Drive	87

SUMMARY	91
----------------------	----

Editor-in-Chief E. B. Yakovlev

ПРЕДИСЛОВИЕ

Тематический выпуск журнала „Авионика и управление в технических и информационных системах“ отражает результаты исследований ученых кафедры систем управления и информатики (СУИ) Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики, а также ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова.

В 2010 году исполняется 65 лет со дня основания в стенах СПбГУ ИТМО кафедры систем управления и информатики (до 2001 г. кафедры автоматики и телемеханики), 50 лет установления творческих связей между ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова и кафедрой СУИ, а также 40 лет с момента создания научной школы кафедры „Управление в условиях системной неопределенности“. Школа функционирует по настоящее время, она заметно интенсифицировала свою деятельность в последние годы за счет включения в свой состав ученых нового поколения — профессоров В. О. Никифорова и А. А. Бобцова. На научную деятельность школы заметно воздействуют тенденции в эволюции проблематики научных исследований специалистов по теории управления последних лет. В последние годы заметное место в исследованиях ученых кафедры занимают проблемы дистанционного цифрового многомерного управления средствами современных телекоммуникационных технологий. Нашла отражение в статьях выпуска также и такая системная парадигма, как вырождение сложных динамических систем.

*Доктор технических наук, профессор А. А. БОБЦОВ,
доктор технических наук, профессор В. В. ГРИГОРЬЕВ,
доктор технических наук, профессор П. П. ПАРАМОНОВ,
доктор технических наук, профессор А. В. УШАКОВ*

INTRODUCTION

The thematic issue “Avionics and control in technical and information systems” contains results of investigations carried out at Department of Control Systems and Informatics, St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics (SPbSU ITMO), and at P. A. Efimov Scientific Design Bureau “Electroavtomatica”.

In 2010 it will be 65 years since Department of Control Systems and Informatics (before 2001 — Department of Automatics and Telemechanics) is established, and 50 years of creative cooperation between the Department and P. A. Efimov Scientific Design Bureau “Electroavtomatica”, and 40 years since scientific school “Control in conditions of system uncertainty” is created at the Department. The school is functional today; it has intensified its activity in recent years due to incorporation of scientist of a younger age group represented by professors V. O. Nikiforov and A. A. Bobtsov. Scientific activities of the school have undergone a significant evolution dependent upon the recent trend in subject area of scientific research carried out by specialist in control theory. The problems of multi-dimensional digital remote control by means of modern telecommunication technologies occupy a prominent place in investigations performed at the Department in recent years. Such a system paradigm as degeneracy of complex dynamic systems is also reflected in papers included in this issue.

*Doctor of Technical Science, Professor A. A. BOBTSOV,
Doctor of Technical Science, Professor V. V. GRIGORIEV,
Doctor of Technical Science, Professor P. P. PARAMONOV,
Doctor of Technical Science, Professor A. V. USHAKOV*

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АВИОНИКИ

УДК 681.5: 681.3

В. В. ГРИГОРЬЕВ, Д. В. КОЗИС, А. Н. КОРОВЬЯКОВ, Ю. В. ЛИТВИНОВ

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ПИЛОТАЖНО-НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРИРОВАННОЙ МОДУЛЬНОЙ АВИОНИКИ

Рассмотрены вопросы построения бортового радиоэлектронного оборудования гражданских самолетов на основе принципов интегрированной модульной авионики.

Ключевые слова: авионика, пилотажно-навигационный комплекс, бортовое радиоэлектронное оборудование.

Введение. В настоящее время в России ведутся работы по созданию комплекса бортового радиоэлектронного оборудования перспективного семейства гражданских самолетов, обеспечивающего решение навигационно-пилотажных задач летным экипажем, состоящим из двух человек.

Комплекс бортового радиоэлектронного оборудования (БРЭО) предназначен для решения следующих задач:

- самолетовождения горизонтальной и вертикальной плоскости;
- связи с наземными службами управления воздушным движением;
- внутрисамолетной радиосвязи;
- внутреннего и наружного видеонаблюдения;
- регистрации полетной информации;
- контроля полета и формирования предупреждающей, уведомляющей, аварийной сигнализации и т.д.

Принципы интегрированной модульной авионики. В основе комплекса бортовой аппаратуры для разрабатываемых гражданских самолетов предполагается использовать информационно-управляющую среду (ИУС), создаваемую на основе принципов интегрированной модульной авионики (ИМА). Идеология интегрированной модульной авионики предусматривает использование при создании БРЭО единого набора аппаратных и программных ресурсов, которые легко настраиваются и адаптируются к многофункциональным задачам. Этот набор образует платформу, которая обеспечивает функционирование в соответствии с заданными требованиями по безопасности и по функциональности самолета.

Элементы ИМА унифицированы по конструктивному исполнению, электрическим и программным интерфейсам.

В соответствии с принципами ИМА весь комплекс бортового оборудования (КБО) реализует следующие функции:

- экранной индикации;
- самолетовождения;

- управления полетом;
- управления тягой двигателей;
- диагностики и технического обслуживания;
- автоматизации и управления самолетным оборудованием;
- предупреждения экипажа;
- бортовой связи.

Следование принципам интегрированной модульной авионики обеспечивает:

- высокую надежность комплекса БРЭО,
- удобство в эксплуатации и обслуживании ИУС,
- высокий уровень унификации аппаратной составляющей ИУС и программного обеспечения,
- простоту модернизации и наращивания решаемых комплексом БРЭО задач (также упрощается интеграция новых систем).

Реализацию задач пилотажно-навигационного комплекса (ПНК) предлагается осуществлять на аппаратных средствах ИУС в рамках единого подхода к разработке программного обеспечения.

Разработка современных комплексов бортового радиоэлектронного оборудования проводится в целях повышения надежности комплекса, а также минимизации затрат на разработку, сертификацию и эксплуатацию. Для достижения этих целей предусматривается:

- максимальная интеграция аппаратуры комплекса;
- открытая архитектура комплекса;
- минимизация количества связей (упрощение кабельной сети) и введение унифицированного канала передачи информации, допускающего простое масштабирование (наращивание количества абонентов) и реконфигурацию;
- централизация вычислительных ресурсов — создание вычислительного ядра комплекса;
- конструктивная и интерфейсная унификация вычислительных ресурсов.

Принципы организации архитектуры комплекса БРЭО:

- аппаратная и функциональная интеграция бортовых вычислительных систем и датчиков, автономных и радиотехнических систем навигации, систем связи;
- модульность построения основных вычислительных систем на основе единой сетевой ИУС с распределенными ресурсами и высокоскоростными шинами обмена;
- открытость архитектуры, обеспечивающей возможность наращивания и модернизации комплекса;
- использование новейших технических решений в области электроники и информационных технологий;
- внутрипроектная унификация как аппаратных средств, так и программного обеспечения.

Информационные потоки БРЭО. Бортовое радиоэлектронное оборудование самолета, функциональная схема которого представлена на рис. 1, должно обеспечивать следующие функции:

- а) прием информации от самолетных систем и органов управления самолетом и КБО;
- б) обработку полученной информации и формирование потока управляющей информации;
- в) преобразование потока управляющей информации в сигналы управления самолетными системами;
- г) представление экипажу в удобной для восприятия форме объективной информации, необходимой для выполнения полета.

Особенностью информационных потоков является разнородность информации, как по интерфейсам, так и по протоколам ее передачи (интерфейсы и протоколы определяются сопрягаемыми с ИУС системами).

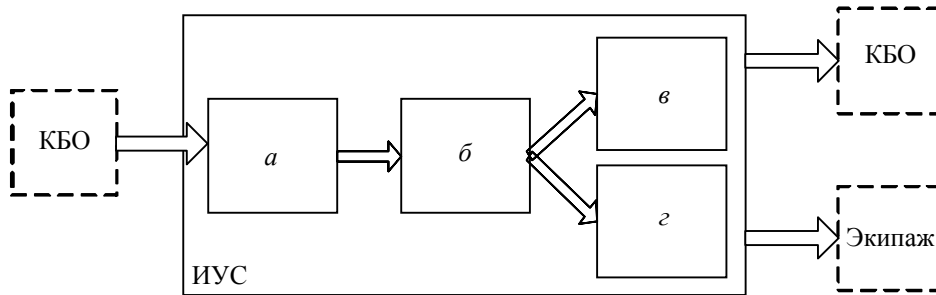


Рис. 1

Выделим два основных типа передаваемой информации:

- 1) параметрическая (параметры полета, параметры состояния систем и т.д.);
- 2) видеoinформация (изображения, поступающие с камер видеонаблюдения, локатора, метеолокатора и т.д.).

При выборе элементов аппаратуры БРЭО для упрощения обработки получаемой информации унифицируются внутренние интерфейсы БРЭО. При выборе интерфейсов учитываются как уровень аппаратуры (модуль, блок), так и тип передаваемых по нему данных (параметрическая, видеoinформация).

Для передачи параметрической информации используется интерфейс AFDX (в настоящее время скорость передачи 100 Мбит/с, потенциально — до 1 Гбит/с), для видеoinформации — Fibre Channel (скорость передачи 1 Гбит/с, потенциально — до 10 Гбит/с).

Повысить надежность БРЭО возможно за счет повышения надежности отдельных элементов системы, а также подбирая такую структуру системы, когда максимальное количество ее элементов (отказ которых приводит к отказу системы либо к снижению ее функциональности) можно резервировать.

Наиболее „слабое звено“ самолета — индикаторы, их резервирование возможно с помощью реконфигурации индикации на другой индикатор. Для повышения надежности индикаторов необходимо, чтобы они содержали минимум элементов — отображающий элемент и простейший контроллер, обеспечивающий регистрацию полученной видеoinформации и ее отображение. При этом формирование видеoinформации происходит в дисплейном процессоре, не входящем в состав индикатора.

Таким образом, функциональную схему БРЭО представим в виде, изображенном на рис. 2, 3, выделив в ней:

- 1) подсистему ввода информации — на пульты управления, подсистему ввода и концентрации параметрической информации (концентраторы), подсистему ввода видеoinформации (видеоконмутатор);
- 2) подсистему индикации, включающую графическую подсистему (графический крейт) и индикаторы.

Следующим шагом повышения надежности БРЭО является дублирование всех элементов системы, кроме вычислительного ядра. Таким образом, функциональная схема примет вид, приведенный на рис. 4.

Для обеспечения возможности дублирования графической подсистемы в каждый индикатор введено два канала приема видеoinформации от каждого графического крейта.

Резервирование вычислительного ядра обеспечивается его представлением в виде двух вычислительных крейтов. При частичном отказе ведущего вычислительного крейта происходит полный переход к управлению от следующего по приоритету крейта.

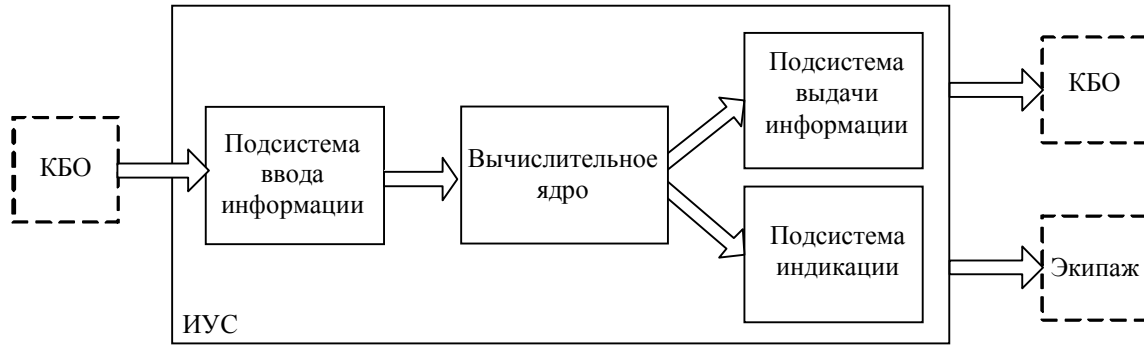


Рис. 2

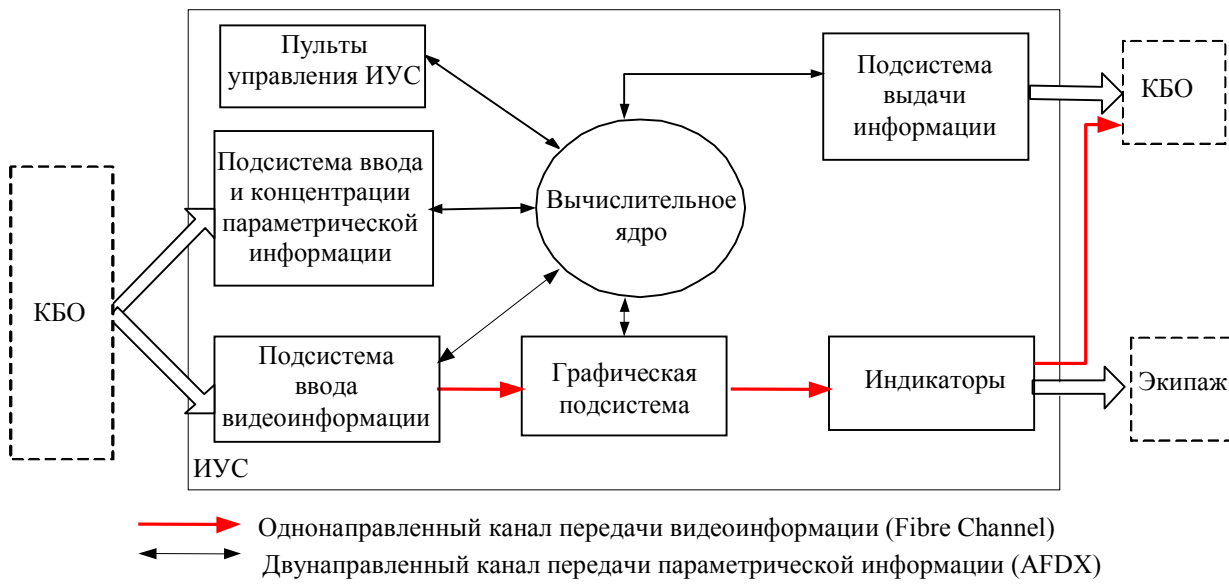


Рис. 3

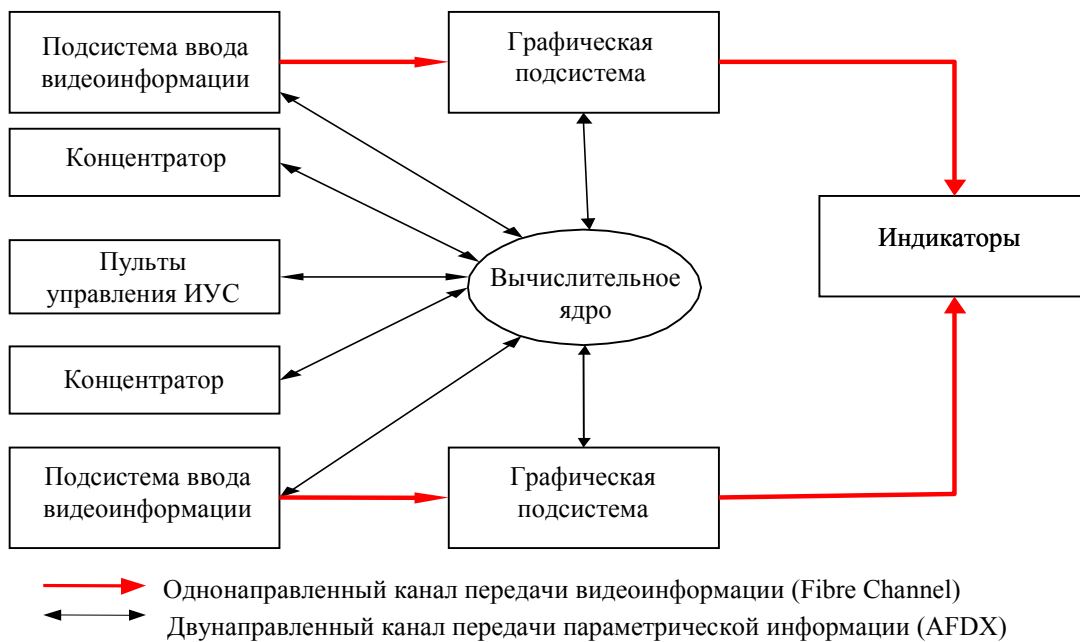


Рис. 4

Заключение. На основе анализа состояния, тенденций и перспектив развития бортового оборудования (БО) ЛА в России и за рубежом, научно-технических исследований, выполненных в этой области, и опыта разработки бортовых комплексов гражданских самолетов всех классов предложена практическая методология интеграции БО.

Из анализа задач функционирования самолета, вычислительных процессов, процессов информационного обмена и опыта разработок бортовых комплексов предложена структура БРЭО, базирующаяся на отказоустойчивой бортовой локальной вычислительной сети открытой архитектуры на основе высокоскоростных мультиплексируемых и радиальных каналов со стандартизованными подключениями.

Реализация идеологии ИМА при проектировании БРЭО обеспечивает:

- минимизацию кабельных связей;
- высокую надежность (резервирование на борту самолета обеспечивается двухконтурностью системы обработки данных, вычислительного ядра и индикации);
- открытую архитектуру за счет использования сетевых технологий (на базе AFDX и Fiber Channel) путем оперативного перераспределения ресурсов и унификации модулей аппаратуры БРЭО и их конструктивного исполнения;
- масштабируемость, позволяющую без изменения структуры БРЭО модернизировать и/или адаптировать БРЭО к конкретному типу самолета.

Программное обеспечение проектируется в виде иерархической системы независимых модулей с унифицированными программными интерфейсами.

Открытая архитектура позволяет модернизировать структуру и ПО БРЭО на протяжении всего жизненного цикла самолета, интегрировать в его состав перспективные комплексы БО.

Предлагаемый системный подход к обеспечению отказоустойчивости БРЭО — основа безопасности и точности полетов, повышения качества и снижения стоимости отработки и сертификации, а также уменьшения эксплуатационных расходов в течение жизненного цикла самолета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиационная радионавигация. Справочник / Под ред. А. А. Сосновского. М.: Транспорт, 1990. 264 с.
2. Алексеев Ю. Я., Бенев В. Н., Ефимов В. А., Каверин С. Н., Татарский Б. Г. Авиационное радиоэлектронное оборудование / Под ред. В. А. Ефимова. М.: Изд-во ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1993. 230 с.

Сведения об авторах

- Валерий Владимирович Григорьев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Дмитрий Владимирович Козис** — канд. техн. наук; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова; Санкт-Петербург, начальник лаборатории; E-mail: kozisd@mail.ru
- Анатолий Николаевич Коровьяков** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: anatoliyru@mail.ru
- Юрий Володарович Литвинов** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: yur113@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

Л. В. АНДРЕЕВ, С. В. БОГОСЛОВСКИЙ, Б. В. ВИДИН, И. О. ЖАРИНОВ,
О. О. ЖАРИНОВ, П. П. ПАРАМОНОВ, Р. А. ШЕК-ИОВСЕПЯНЦ

МЕЖСАМОЛЕТНАЯ НАВИГАЦИЯ ГРУППЫ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Рассмотрены принципы полета группы летательных аппаратов, получены формулы, характеризующие их относительное движение.

Ключевые слова: группа летательных аппаратов, навигация, относительное ускорение.

Введение. Для решения задачи управления беспилотными летательными аппаратами (ЛА), в том числе сведения их в группу и управления полетом группы ЛА, актуально исследование алгоритмов обработки измерительной информации с целью получения оценок параметров движения и определения по этим оценкам управляющих воздействий, прежде всего следует решить задачу их идентификации и оценки.

Наиболее простой вариант организации строя ЛА — деление на звенья, где один аппарат является ведущим, а другой — ведомым. В этом случае достаточно определить местоположение ведущего ЛА в выбранной системе координат и положение ведомого относительно ведущего.

Постановка задачи. Математическое представление движения двух ЛА относительно друг друга представляет собой разность двух абсолютных движений и характеризуется тремя степенями свободы. Воздействие на полет среды, в которой происходит движение, считается неконтролируемым и предполагается, что оно проявляется в реализующемся в предшествующий текущему моменту времени t моменте векторе состояния (рис. 1). Здесь $O_g Y_g X_g Z_g$ — геоцентрическая система координат (СК), в которой происходит движение ЛА, $O Y X Z$ — декартова СК, находящаяся в центре масс ведомого ЛА относительно ведущего, связанных вектором состояний, φ — угол визирования, χ — угол азимута.

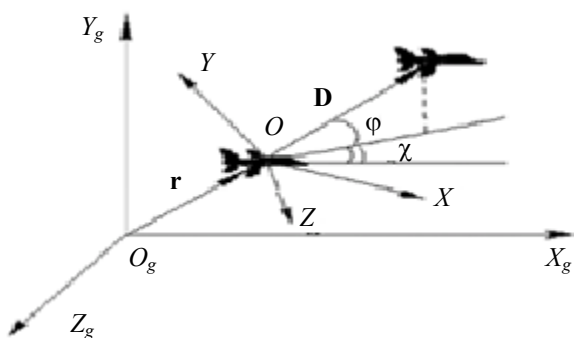


Рис. 1

Уравнения относительного движения двух ЛА в группе определяются известными положениями теоретической механики [см. лит.], в которых приняты следующие обозначения:

1) \mathbf{r} — вектор положения, проведенный из начала выбранной системы координат в точку мгновенного местоположения летательного аппарата. Вектор \mathbf{r} и скорость его изменения $\dot{\mathbf{r}}$ записываются в проекциях на оси выбранной (декартовой или геоцентрической) системы координат. В первом случае вектор положения \mathbf{r} определяется тремя его проекциями на ось декартовой СК, во втором — двумя углами и расстоянием r от начала геоцентрической СК до центра масс ЛА;

2) D — линия визирования — прямая, соединяющая центры масс ведомого и ведущего ЛА;

3) \mathbf{D} — вектор относительной дальности, который направлен от ведомого ЛА к ведущему вдоль линии визирования и по величине равен расстоянию между центрами масс этих ЛА (относительная дальность);

4) V — скорость ведомого ЛА относительно ведущего, определяется относительной скоростью: $V = \dot{D}$;

5) Плоскость относительного движения двух ЛА — горизонтальная, в которой лежат векторы относительной дальности и относительной скорости в данный момент времени.

6) Углами пеленга в работе считаются два угла (для конкретности назовем их углами места (визирования) и азимута, см. рис. 1), которые определяют ориентацию линии визирования в связанных с ведомым ЛА декартовых СК, вращающихся с угловой скоростью ω относительно инерциального базиса.

С использованием принятых обозначений положение летательных аппаратов можно определить в каждый момент времени векторами $\mathbf{r}_1(t)$ и $\mathbf{r}_2(t)$ (индекс „1“ относится к ведущему ЛА, а „2“ — к ведомому) в геоцентрической СК (рис. 2).

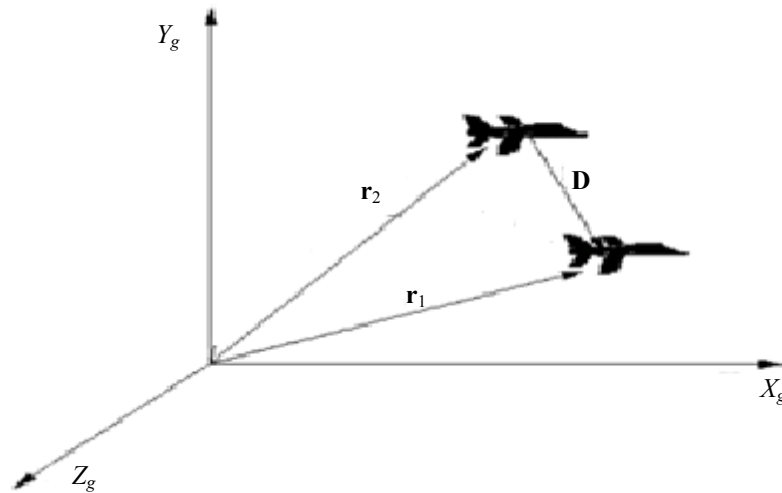


Рис. 2

Следовательно, векторы дальности и относительной скорости можно представить следующим образом:

$$\mathbf{D}(t) = \mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_2(t), \quad (1)$$

$$\mathbf{V} = \dot{\mathbf{D}}(t) = \dot{\mathbf{r}}_1(t) - \dot{\mathbf{r}}_2(t). \quad (2)$$

Векторное уравнение динамики относительного движения представляется в виде

$$\dot{\mathbf{V}} = \ddot{\mathbf{D}}(t) = \mathbf{a}_1(t) - \mathbf{a}_2(t), \quad (3)$$

где \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 — векторы ускорений ведущего и ведомого БЛА соответственно.

Таким образом, относительное движение БЛА в пространстве представляется как движение двух материальных точек, совпадающих с центрами масс двух БЛА — ведущего и ведомого.

Определение ориентации относительного движения ЛА в соответствующих системах координат. Относительное движение ЛА в связанной СК $OXYZ$ ведомого ЛА, перемещающейся относительно инерциальной СК, приводится ниже. В этом случае переход от абсолютных производных векторов к локальным осуществляется следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}} + [\omega \mathbf{r}], \quad (4)$$

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{r}} + 2[\omega \dot{\mathbf{r}}] + [\omega [\omega \mathbf{r}]] + [\dot{\omega} \mathbf{r}]. \quad (5)$$

Точками обозначены производные векторов по времени t в связанной СК, вращающейся относительно инерциальной с угловой скоростью ω . Абсолютная скорость движения ведущего ЛА в связанной СК ведомого ЛА определяется выражениями:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 + \dot{\mathbf{D}} + [\omega \mathbf{D}], \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 + \ddot{\mathbf{D}} + [\boldsymbol{\omega} [\boldsymbol{\omega} \mathbf{D}]] + [\mathbf{dD}] + [2\boldsymbol{\omega} \dot{\mathbf{D}}],$$

где $\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}}$ — вектор углового ускорения ведомого ЛА.

Предполагается, что характер действующих на объект сил известен, т.е. известны законы изменения векторов скорости и ускорения каждого ЛА. Необходимо найти динамические и кинематические соотношения, определяющие изменение во времени параметров относительного движения.

Кинематические и динамические векторные уравнения относительного движения двух ЛА в связанной СК получены из выражений (6):

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{D}} &= \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 - [\boldsymbol{\omega} \mathbf{D}], \\ \ddot{\mathbf{D}} &= \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 - [\boldsymbol{\omega} [\boldsymbol{\omega} \mathbf{D}]] + [\boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{D}] + [2\boldsymbol{\omega} \dot{\mathbf{D}}]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В горизонтированной СК рассматриваются выражения (2) и (3) через проекции векторов. Введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta a_X &= a_{X_1} - a_{X_2}, \\ \Delta a_Y &= a_{Y_1} - a_{Y_2}, \\ \Delta a_Z &= a_{Z_1} - a_{Z_2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

С учетом выражения (7) динамические уравнения относительного движения двух ЛА в геоцентрической СК, соответствующей горизонтированной, представим следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{D} &= \Delta a_X \cos \varphi \cos \chi + \Delta a_Y \sin \varphi - \Delta a_Z \cos \varphi \sin \chi + D \cos^2 \varphi (\dot{\chi} + \dot{\psi})^2 + D (\dot{\varphi})^2, \\ \ddot{\varphi} &= \left[-\Delta a_X \sin \varphi \cos \chi + \Delta a_Y \cos \varphi + \Delta a_Z \sin \varphi \sin \chi - D \cos \varphi \sin \varphi (\dot{\chi} + \dot{\psi})^2 - 2\dot{D}\dot{\varphi} \right] \frac{1}{D}, \\ \ddot{\chi} &= \left[-\Delta a_X \sin \chi - \Delta a_Z \cos \chi - 2(\dot{\psi} + \dot{\chi}) \right] \left(\dot{D} \cos \varphi - D \sin \varphi \right) \frac{1}{D \cos \varphi} - \ddot{\psi}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Здесь составляющие относительного ускорения Δa_X , Δa_Y , Δa_Z рассчитываются в горизонтированной СК. Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_X &= V_{X_1} - V_{X_2}, \\ \Delta V_Y &= V_{Y_1} - V_{Y_2}, \\ \Delta V_Z &= V_{Z_1} - V_{Z_2}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Из первого выражения системы (7) получим кинематические уравнения относительного движения двух ЛА

$$\left. \begin{aligned} \dot{D} &= \Delta V_X \cos \varphi \cos \chi + \Delta V_Y \sin \varphi - \Delta V_Z \cos \varphi \sin \chi, \\ \dot{\varphi} &= \left(-\Delta V_X \sin \varphi \cos \chi + \Delta V_Y \cos \varphi + \Delta V_Z \sin \varphi \sin \chi \right) \frac{1}{D}, \\ \dot{\chi} &= \left(-\Delta V_X \sin \chi - \Delta V_Z \cos \chi \right) \frac{1}{D \cos \varphi} - \dot{\psi}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Чтобы замкнуть систему уравнений относительного движения ЛА, к динамическим и кинематическим соотношениям необходимо добавить уравнения, определяющие значения относительного ускорения и относительной скорости в соответствующих СК.

Заключение. При рассмотрении относительного движения ведущего и ведомого ЛА в горизонтированной СК ведомого ЛА соотношения для ΔV_X , ΔV_Y , ΔV_Z , Δa_X , Δa_Y , Δa_Z примут вид:

$$\Delta V_X = (V_{X_1} \cos \nu_1 - V_{Y_1} \sin \nu_1 \cos \gamma_1 + V_{Z_1} \sin \gamma_1 \sin \nu_1) \cos(\psi_1 - \psi_2) + \\ + (V_{Y_1} \sin \gamma_1 + V_{Z_1} \cos \gamma_1) \sin(\psi_1 - \psi_2) - V_{X_2} \cos \nu_2 - V_{Y_2} \sin \nu_2 \times \\ \times \cos \gamma_2 - V_{Z_2} \sin \gamma_2 \sin \nu_2,$$

$$\Delta V_Y = V_{X_1} \sin \nu_1 + V_{Y_1} \cos \nu_1 \cos \gamma_1 - V_{Z_1} \sin \gamma_1 \cos \nu_1 - V_{X_2} \sin \nu_2 - \\ - V_{Y_2} \cos \nu_2 \cos \gamma_2 + V_{Z_2} \sin \gamma_2 \cos \nu_2,$$

$$\Delta V_Z = -(V_{X_1} \cos \nu_1 - V_{Y_1} \sin \nu_1 \cos \gamma_1 + V_{Z_1} \sin \gamma_1 \sin \nu_1) \sin(\psi_1 - \psi_2) + \\ + (V_{Y_1} \sin \gamma_1 + V_{Z_1} \cos \gamma_1) \cos(\psi_1 - \psi_2) - V_{Y_2} \sin \gamma_2 - V_{Z_2} \cos \gamma_2,$$

$$\Delta a_X = (a_{X_1} \cos \nu_1 - a_{Y_1} \sin \nu_1 \cos \gamma_1 + a_{Z_1} \sin \gamma_1 \sin \nu_1) \cos(\psi_1 - \psi_2) + \\ + (a_{Y_1} \sin \gamma_1 + a_{Z_1} \cos \gamma_1) \sin(\psi_1 - \psi_2) - a_{X_2} \cos \nu_2 - a_{Y_2} \sin \nu_2 \times \\ \times \cos \gamma_2 - a_{Z_2} \sin \gamma_2 \sin \nu_2,$$

$$\Delta a_Y = a_{X_1} \sin \nu_1 + a_{Y_1} \cos \nu_1 \cos \gamma_1 - a_{Z_1} \sin \gamma_1 \cos \nu_1 - a_{X_2} \sin \nu_2 - \\ - a_{Y_2} \cos \nu_2 \cos \gamma_2 + a_{Z_2} \sin \gamma_2 \cos \nu_2,$$

$$\Delta a_Z = -(a_{X_1} \cos \nu_1 - a_{Y_1} \sin \nu_1 \cos \gamma_1 + a_{Z_1} \sin \gamma_1 \sin \nu_1) \sin(\psi_1 - \psi_2) + \\ + (a_{Y_1} \sin \gamma_1 + a_{Z_1} \cos \gamma_1) \cos(\psi_1 - \psi_2) - a_{Y_2} \sin \gamma_2 - a_{Z_2} \cos \gamma_2,$$

Таким образом, в результате анализа были получены соотношения, связывающие составляющие относительного ускорения и относительной скорости ведомого ЛА и ведущего в выбранной системе координат.

ЛИТЕРАТУРА

Боднер В. А. Система управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973. 532 с.

- Леонид Владимирович Андреев** — *Сведения об авторах*
— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения; кафедра стабилизации, навигации и управления; E-mail: Lio8300@mail.ru
- Сергей Владимирович Богословский** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра стабилизации, навигации и управления; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Борис Викторович Видин** — канд. техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Игорь Олегович Жаринов** — канд. техн. наук, доцент; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: igor_rabota@pisem.net
- Олег Олегович Жаринов** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра моделирования вычислительных и электронных систем; E-mail: zharinov@hotmail.ru
- Павел Павлович Парамонов** — д-р техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Рубен Ашотович Шек-Иовсепяци** — д-р техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

В. В. ГРИГОРЬЕВ, О. К. МАНСУРОВА, М. М. МОТЫЛЬКОВА, Е. Ю. РАБЫШ,
В. Ю. РЮХИН, Н. А. ЧЕРЕВКО

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СЛЕЖЕНИЯ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Для линейных дискретных систем с периодически изменяющимися коэффициентами разработана процедура синтеза регулятора на основе метода модального управления, сводящаяся к решению системы матричных уравнений типа Сильвестра, число которых соответствует количеству интервалов дискретности, содержащихся в периоде изменения параметров системы. С использованием полученных результатов произведен синтез пропорционального регулятора и исследованы переходные процессы в системе пространственного слежения для типовых режимов ее работы — захвата и автосопровождения цели.

Ключевые слова: дискретная система, периодическое изменение параметров, пропорциональный регулятор, качество процессов, математическое моделирование и анализ динамических свойств системы.

Введение. В режиме захвата следящая система пространственного слежения по каналам угла места и азимута должна обеспечить заданное время переходного процесса с минимальным перерегулированием, а в режиме сопровождения цели — надежное, без срывов, слежение с минимальными ошибками. Одним из способов обеспечения высокого качества процессов в следящих локаторах с коническим сканированием является учет процессов, происходящих как внутри периода сканирования при посылках облучающих импульсов, так и интегральных характеристик процессов за период процесса сканирования, что особенно актуально для систем с редкими посылками за период сканирования. Математическая модель угломерной системы в этом случае сводится к системе разностных матричных уравнений с периодически изменяющимися коэффициентами.

С точки зрения теории управления системы с периодически изменяющимися коэффициентами являются нестационарными. Это обуславливает трудности, возникающие при построении процедур анализа качества процессов и синтеза регуляторов для такого рода систем. В настоящей статье предлагается использовать подход, который позволяет свести исследование нестационарной линейной дискретной системы с периодически изменяющимися коэффициентами к изучению стационарной системы путем рассмотрения поведения исходной системы в дискретные моменты времени, следующие через период изменения параметров. Очевидным достоинством такого подхода является то, что он позволит воспользоваться всем многообразием методов анализа качества и синтеза регуляторов для линейных стационарных систем.

Постановка задачи. Рассмотрим уравнение, описывающее модель замкнутой линейной дискретной системы с периодически изменяющимися коэффициентами:

$$\left. \begin{aligned} x((mk+i)+1) &= F_{i+1}x(mk+i), \quad x(0), \\ y(mk+i) &= C_{i+1}x(mk+i), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где x — вектор состояния системы, $x \in R^n$; $x(0)$ — вектор начальных состояний; y — вектор регулируемых переменных, $y \in R^l$; $m=0, 1, 2, \dots$ — дискретные моменты времени; k — число интервалов дискретности внутри периода изменения параметров; $i=0, 1, \dots, (k-1)$ —

номер интервала дискретности внутри периода изменения параметров; F_{i+1} — k -периодическая ($n \times n$)-матрица описания замкнутой системы на $(i+1)$ -м интервале дискретности внутри периода изменения параметров; C_{i+1} — k -периодическая ($l \times n$)-матрица выхода.

Сведем описание линейной нестационарной системы к описанию стационарной, рассмотрев поведение траекторий движения системы (1) на интервалах дискретности, следующих через период изменения параметров. Для этого запишем уравнения движения этой системы на каждом интервале дискретности внутри периода изменения параметров при двух значениях дискретных моментов времени:

$$\begin{aligned}
 & \text{— } m = 0 \\
 & \left. \begin{aligned}
 x(1) &= F_1 x(0), \\
 x(2) &= F_2 x(1) = F_2 F_1 x(0), \\
 \dots \\
 x(k-1) &= F_{k-1} x(k-2) = F_{k-1} F_{k-2} \dots F_2 F_1 x(0), \\
 x(k) &= F_k x(k-1) = F_k F_{k-1} F_{k-2} \dots F_2 F_1 x(0),
 \end{aligned} \right\} \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{— } m = 1 \\
 & \left. \begin{aligned}
 x(k+1) &= F_1 x(k) = F_1 F_k F_{k-1} F_{k-2} \dots F_2 x(1), \\
 x(k+2) &= F_2 x(k+1) = F_2 F_1 F_k F_{k-1} F_{k-2} \dots F_3 x(2), \\
 \dots \\
 x(2k-1) &= F_{k-1} x(2k-2) = F_{k-1} F_{k-2} \dots F_1 F_k x(k-1), \\
 x(2k) &= F_k x(2k-1) = F_k F_{k-1} \dots F_2 F_1 x(k).
 \end{aligned} \right\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

Анализ систем уравнений (2) и (3) показывает, что в дискретные моменты времени, следующие через период изменения параметров, уравнения движения системы (1) принимают вид

$$\left. \begin{aligned}
 x((mk+i)+k) &= \tilde{F}_{i+1} x(mk+i), & x(i), \\
 y(mk+i) &= C_{i+1} x(mk+i), & i = \overline{0, (k-1)},
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$\tilde{F}_{i+1} = \prod_{j=i+1}^{k+i} F_{k+2i+1-j}$$

— периодическая обобщенная матрица описания $(i+1)$ -го уравнения движения замкнутой системы; $x(i)$ — вектор обобщенных начальных состояний $(i+1)$ -го уравнения движения замкнутой системы, который вычисляется следующим образом:

$$x(i) = \begin{cases} x(0) & \text{при } i=0, \\ F_i F_{i-1} \dots F_2 F_1 x(0) & \text{при } i = \overline{1, (k-1)}. \end{cases} \quad (5)$$

Линейную дискретную систему с периодически изменяющимися коэффициентами в дискретные моменты времени, следующими через период изменения параметров, можно рассматривать как линейную стационарную [1, 2]. Из литературы [3, 4] известно, что линейная стационарная дискретная система будет устойчивой, если корни матрицы замкнутой системы находятся внутри круга единичного радиуса с центром в начале координат. По аналогии следует, что система (4) будет устойчивой, если собственные числа матриц \tilde{F}_{i+1} ($i = \overline{0, (k-1)}$)

будут находиться внутри круга единичного радиуса с центром в начале координат. Таким образом, для того чтобы дискретная система с периодически изменяющимися коэффициентами была устойчивой, собственные числа всех k матриц, определяющих описание движений замкнутой системы для каждого из интервалов дискретности, следующих через период изменения параметров, должны находиться в круге единичного радиуса с центром в начале координат.

Синтез регуляторов для систем с периодически изменяющимися коэффициентами.

Рассмотрим синтез модальных управлений (синтез пропорционального регулятора) для дискретной системы с периодически изменяющимися коэффициентами по заданным показателям качества переходных процессов. Рассмотрим объект уравнения (ОУ) вида:

$$\left. \begin{aligned} x((mk+i)+1) &= A_{i+1}x(mk+i) + B_{i+1}u(mk+i), \\ y(mk+i) &= C_{i+1}x(mk+i), \\ e(mk+i) &= g(mk+i) - y(mk+i); \quad i = \overline{0, (k-1)}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где u — управляющее воздействие на систему, $u \in R^l$; g — вектор внешних воздействий, $g \in R^l$; e — вектор ошибки, $e \in R^l$; A_{i+1} — периодическая $(n \times n)$ -матрица описания ОУ на $(i+1)$ -м шаге внутри номера интервала дискретности внутри периода изменения параметров; B_{i+1} — периодическая $(n \times l)$ -матрица входов ОУ по управляющему воздействию на $(i+1)$ -м шаге внутри интервала дискретности внутри периода изменения параметров.

Поставим задачу спроектировать для системы (6) закон управления вида

$$u(mk+i) = -K_{i+1}x(mk+i), \quad i = \overline{0, (k-1)}, \quad (7)$$

где K_{i+1} — периодическая $(l \times n)$ -матрица линейных обратных связей (ЛОС) по состояниям ОУ на $(i+1)$ -м шаге внутри интервала дискретности внутри периода изменения параметров; $K_{i+1} = [K_{e_{i+1}}; \bar{K}_{i+1}]$; $K_{e_{i+1}}$ — периодическая $(l \times l)$ -матрица ЛОС по ошибке на $(i+1)$ -м интервале дискретности внутри периода изменения параметров; \bar{K}_{i+1} — периодическая $(l \times (n-l))$ -матрица ЛОС по состояниям $\bar{x} = [x_{l+1}; \dots; x_n]^T$ на $(i+1)$ -м интервале дискретности внутри периода изменения параметров.

Закон управления вида (7) должен обеспечивать в замкнутой системе требуемые динамические показатели качества. Уравнения движения замкнутой системы с проектируемым регулятором относительно переходной составляющей, по которой и определяются динамические показатели качества (время переходного процесса, перерегулирование), имеют вид

$$\left. \begin{aligned} x_n((mk+i)+1) &= F_{i+1}x_n(mk+i), \\ y_n(mk+i) &= C_{i+1}x_n(mk+i), \\ i &= \overline{0, (k-1)}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $F_{i+1} = A_{i+1} - B_{i+1}K_{i+1}$ — периодическая матрица описания замкнутой системы на $(i+1)$ -м интервале дискретности внутри периода изменения параметров.

Рассмотрим поведение уравнения движения системы (8) на каждом интервале дискретности внутри периода изменения параметров k , которое в этом случае принимает вид системы, состоящей из k уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x_n((mk+i)+k) &= \tilde{F}_{i+1} x_n(mk+i), \\ y_n(mk+i) &= C_{i+1} x_n(mk+i), \\ i &= \overline{0, (k-1)}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

В соответствии с исходной системой (8) назовем эталонную модель:

$$\left. \begin{aligned} z_3((mk+i)+1) &= \Gamma_3 z_3(mk+i), \quad z_3(0), \\ v_3(mk+i) &= -H_3 z_3(mk+i), \quad i = \overline{0, (k-1)}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где z_3 — вектор состояния эталонной модели, размерность которого совпадает с размерностью вектора x системы (6); v_3 — вектор выхода эталонной модели, размерность которого совпадает с размерностью вектора u системы (6); Γ_3 — $(n \times n)$ -матрица описания эталонной модели; H_3 — $(l \times n)$ -матрица выхода эталонной модели.

Рассмотрим поведение системы (10) на интервалах дискретности внутри периода изменения параметров

$$\left. \begin{aligned} z_3((mk+i)+k) &= \tilde{\Gamma}_3 z_3(mk+i), \quad z_3(i), \\ v_3(mk+i) &= -H_3 z_3(mk+i), \quad i = \overline{0, (k-1)}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $\tilde{\Gamma}_3 = \Gamma_3^k$ — обобщенная матрица эталонной модели для интервалов дискретности внутри периода изменения параметров; $z_3(i) = \Gamma_3^i z_3(0)$ — вектор обобщенных начальных состояний $(i+1)$ -го уравнения движения эталонной модели через интервал дискретности внутри периода изменения параметров.

Заданием матрицы Γ_3 определяются требуемые собственные числа замкнутой системы (10), которые будут одинаковы на каждом интервале дискретности $i = \overline{0, (k-1)}$, они удовлетворяют характеристическому уравнению матрицы описания эталонной модели $\det[\Gamma_3 - \lambda I] = 0$. Выберем матрицу Γ_3 таким образом, чтобы обеспечить требуемый характеристический полином матрицы $\tilde{\Gamma}_3$ системы (11), т.е. если λ_j^* ($j = \overline{1, n}$) — собственные числа матрицы $\tilde{\Gamma}_3$, а λ_j ($j = \overline{1, n}$) — собственные числа матрицы Γ_3 , то

$$\lambda_j = \sqrt[k]{\lambda_j^*}, \quad j = \overline{1, n}.$$

При назначении эталонной модели матрицу H_3 выбирают из условия полной наблюдаемости пары матриц $(\tilde{\Gamma}_3, H_3)$.

Искомые матрицы ЛОС K_{i+1} должны обеспечивать на каждом интервале дискретности $i = \overline{0, (k-1)}$ совпадение собственных чисел матриц \tilde{F}_{i+1} , определяющих свойства замкнутой системы на этих интервалах дискретности с собственными числами матрицы $\tilde{\Gamma}_3$ эталонной модели (11). Более подробно описание алгоритма построения регуляторов приведено в [1, 7].

Запишем только, что искомая периодическая матрица ЛОС статического регулятора K_{i+1} ($i = \overline{0, (k-1)}$) определяется следующим образом:

$$K_{i+1} = H_3 M_{i+1}^{-1}, \quad i = \overline{0, (k-1)}.$$

На рис. 1 приведена функциональная схема дискретной системы с периодически изменяющимися коэффициентами с построенным пропорциональным регулятором.

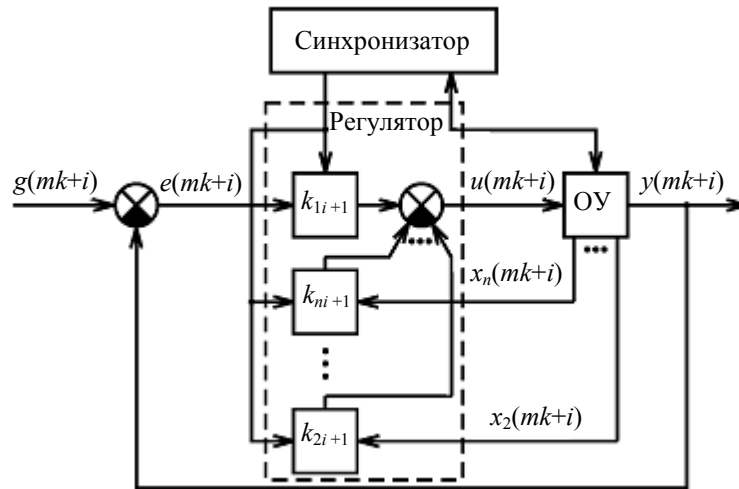


Рис. 1

Приведенный алгоритм обобщается в работах [1, 7] и для построения пропорционально-интегрального регулятора. Функциональная схема дискретной системы с периодически изменяющимися коэффициентами с регулятором такого типа приведена на рис. 2.

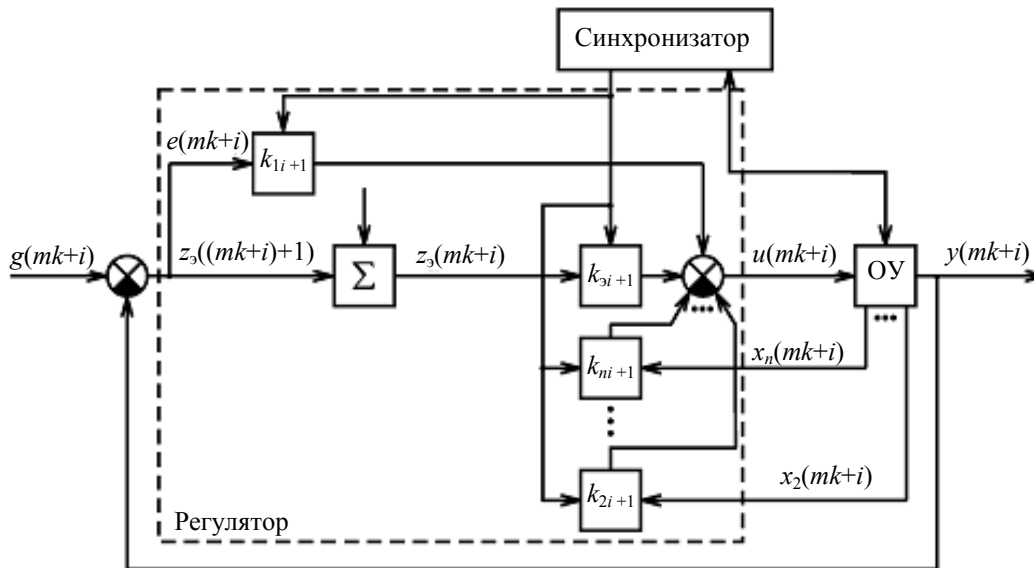


Рис. 2

Моделирование системы пространственного слежения. С помощью пакета моделирования Simulink были исследованы процессы в следящей локационной станции с конечным сканированием с пропорционально-интегральным регулятором.

На рис. 3 приведены траектории движения системы в пространстве выходов для режима захвата при разорванной интегральной связи (а) и при ее наличии (б) в случае постоянных входных воздействий по каждому из каналов угломерного тракта. На рисунке приведены восемь траекторий движения для различных вариантов соотношения амплитуд входных воздействий, причем входные воздействия выбирались таким образом, чтобы модуль амплитуды входного воздействия $\|g\|$ был постоянен и равен двум.

На рис. 4 приведены траектории движения системы в пространстве ошибок для режима слежения при разорванной интегральной связи (а) и при ее наличии (б) в случае линейно возрастающих входных воздействий по каждому из каналов угломерного тракта. На рисунке

приведены восемь траекторий движения для различных вариантов соотношения скоростей входных воздействий, причем входные воздействия выбирались таким образом, чтобы модуль величины скорости возрастания входного воздействия $\|V_g\|$ был постоянен и равен двум.

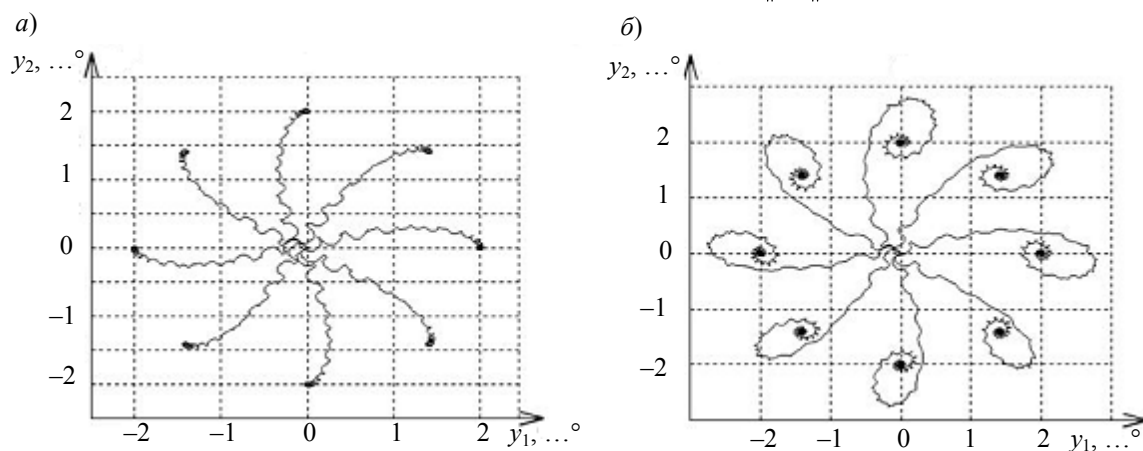


Рис. 3

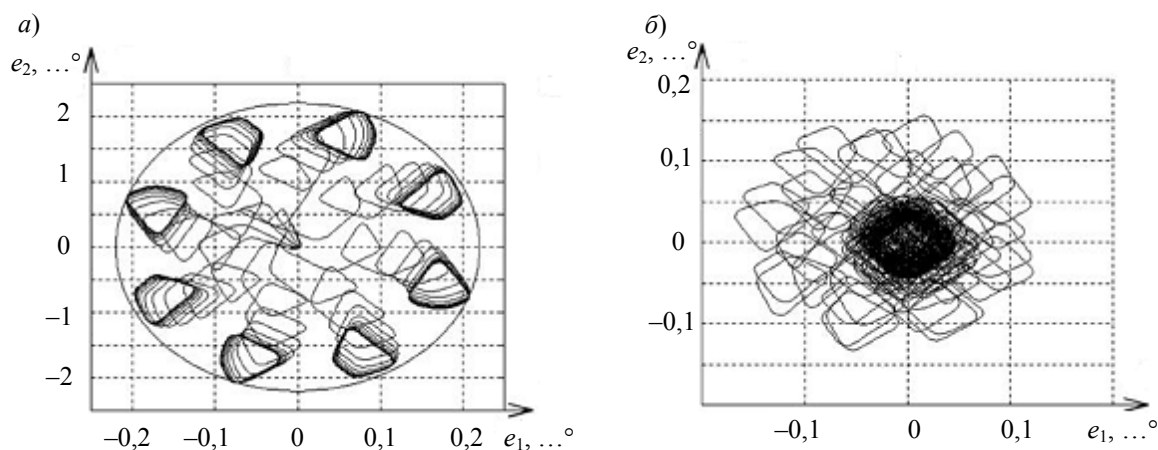


Рис. 4

Также из результатов моделирования можно сделать вывод, что при проектировании регуляторов для следящей локационной станции с коническим сканированием предпочтительно в режиме захвата использовать пропорциональный регулятор, а пропорционально-интегральный регулятор — в режиме слежения, так как он обеспечивает более точные результаты. Этого можно достичь, если для системы спроектировать пропорционально-интегральный регулятор, но в режиме захвата разрывать интегральную связь.

Заключение. В настоящей статье описан подход, который позволяет свести исследование нестационарной линейной дискретной системы с периодически изменяющимися коэффициентами к изучению стационарной системы, описание которой задается в интервалы дискретности, следующие через период изменения параметров. Проведено исследование системы пространственного слежения с периодическими коэффициентами в наиболее распространенных режимах ее работы.

Работа поддержана грантом РФФИ № 09-08-00857-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев В. В., Ткаченко В. Р., Бушуев А. Б. Синтез модальных управлений для систем с периодическими коэффициентами // Управление в оптических и электромеханических системах: Межинститутский сборник. Л.: ЛИТМО, 1989. С. 40—44.

2. Рюхин В. Ю. Особенности исследования дискретных систем с периодически изменяющимися коэффициентами // Тез. докл. XXX науч.-технич. конф. профессорско-преподавательского состава. СПб: ИТМО (ТУ), 1999. С. 68.
3. Иванов В. А., Ющенко А. С. Теория дискретных систем автоматического управления. М.: Наука, 1983. 336 с.
4. Григорьев В. В., Дроздов В. Н., Лаврентьев В. В., Ушаков А. В. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ. Л.: Машиностроение, 1983. 245 с.
5. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Г. Абсолютная устойчивость регулируемых систем. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 140 с.
6. Бушуев А. Б., Григорьев В. В., Литвинов Ю. Н. Синтез управлений по заданным оценкам качества для дискретных систем с изменяющимися параметрами // Автоматика и Телемеханика. 1984. № 11. С. 10—18.
7. Бушуев А. Б., Григорьев В. В., Котельников Ю. П., Михайлов С. В., Рюхин В. Ю., Черноусов В. В. Проектирование регуляторов для систем с периодически изменяющимися коэффициентами // Изв. вузов. Приборостроение. 1998. Т. 41, № 7. С. 19—22.

Сведения об авторах

- Валерий Владимирович Григорьев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Ольга Карибековна Мансурова** — канд. техн. наук, доцент; Северо-Западный государственный заочный технический университет, кафедра автоматизация производственных процессов, Санкт-Петербург
- Мария Михайловна Мотылькова** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: motylkovamm@yandex.ru
- Евгений Юрьевич Рабыш** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: Rabyshj@yandex.com
- Валентин Юрьевич Рюхин** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Николай Александрович Черевко** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: epostbox1@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

Л. В. АНДРЕЕВ, С. В. БОГОСЛОВСКИЙ, Б. В. ВИДИН, И. О. ЖАРИНОВ,
О. О. ЖАРИНОВ, П. П. ПАРАМОНОВ, Ю. И. САБО

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ВЕКТОРА НАБЛЮДЕНИЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Проанализирована структура измерительного комплекса беспилотного летательного аппарата. Формализован вектор наблюдений.

Ключевые слова: измерительный комплекс авионики, вектор наблюдений.

Введение. В систему управления беспилотного летательного аппарата (ЛА) помимо сигналов, характеризующих вектор состояния объекта управления, поступают сигналы (воздействия), параметры которых система не может воспринимать. Такие сигналы являются внешними по отношению к системе управления. Внешние воздействия условно разделяют на полезные, обеспечивающие нормальную работу системы управления, и вредные, снижающие эффективность работы системы управления, т.е. возмущающие, или помехи.

Рассмотрим принципы управления по обратной связи и управления по возмущению, учитывающие измерение внешних воздействий и подачу измеренного сигнала через усилитель на вход устройства системы управления (УСУ).

Первый шаг математической постановки задачи в общем случае подразумевает конструирование компьютерной модели, т.е. качественное описание исследуемого процесса с помощью тех или иных операторов. Для решения этой задачи исходную блочно-операторную схему преобразуют в структуру, имеющую один выход.

Преобразование передаточных функций системы управления ЛА. Общий подход к получению передаточных функций (ПФ), в том числе параметрически заданных, заключается в нахождении изображения выходной координаты методом преобразования Лапласа в зависимости от возмущения, интересующего исследователя.

Правила преобразования структурных схем стационарных систем, в том числе с перекрестными связями, подробно изложены в литературе [1]. В качестве примера рассмотрим последовательность преобразования структурной схемы стационарной части системы маневрирования (рис. 1). На рис. 1 приняты следующие обозначения: x_1, x_2, \dots, x_7 — координаты вектора состояния системы — выходные координаты отдельных звеньев, стоящих в прямой цепи (координата x_4 на схеме не показана, так как предполагается, что передаточная функция $W_C(p)$ имеет второй порядок и координата x_4 скрыта внутри соответствующего блока структурной схемы); K — постоянные коэффициенты (индексы относятся к отдельным блокам структурной схемы); $\frac{1}{\tau}$ — ПФ нестационарного кинематического звена, $\tau = t - t_0$ — оставшееся время полета ЛА до конечной точки траектории (КТТ), взятое со знаком минус, $t_0 = \frac{D_0}{U}$ — полное время полета до КТТ, D_0 — начальная дальность до КТТ; U — скорость изменения дальности (скорость сближения с КТТ);

$$-W_C(p) = -\frac{K_a}{p} \frac{T_{1C} p + 1}{T_C^2 p^2 + 2\xi_C T_C p + 1}$$

— ПФ ЛА в вертикальной плоскости; ξ_C, T_C — коэффициент относительного затухания и постоянная времени самолета в горизонтальной плоскости соответственно;

$$W_{kz}(p) = \frac{1}{T_{1C}p + 1}$$

— ПФ инерционного кинематического звена, преобразующего угол тангажа в угол наклона вектора скорости; $\frac{-1}{U}$ — стационарный коэффициент усиления нестационарного кинематического звена;

$\frac{1}{p}$ — ПФ интегрирующего кинематического звена; V — модуль вектора скорости ЛА;

$W_{oc9}(p) = K_1 + K_2p$ — ПФ стабилизирующей обратной связи по углу тангажа; K_1, K_2 — коэффициенты обратной связи по углу и по угловой скорости тангажа соответственно;

$$W_{ycy}(p) = \frac{K_{ycy}}{p}$$

— ПФ устройства формирования сигналов управления;

$$-K_y W_y(p) = \frac{K_a p + K_{a1}}{p + K_{a1}} - K_y + K_\omega p$$

— ПФ звена упреждения; K_y — коэффициент усиления.

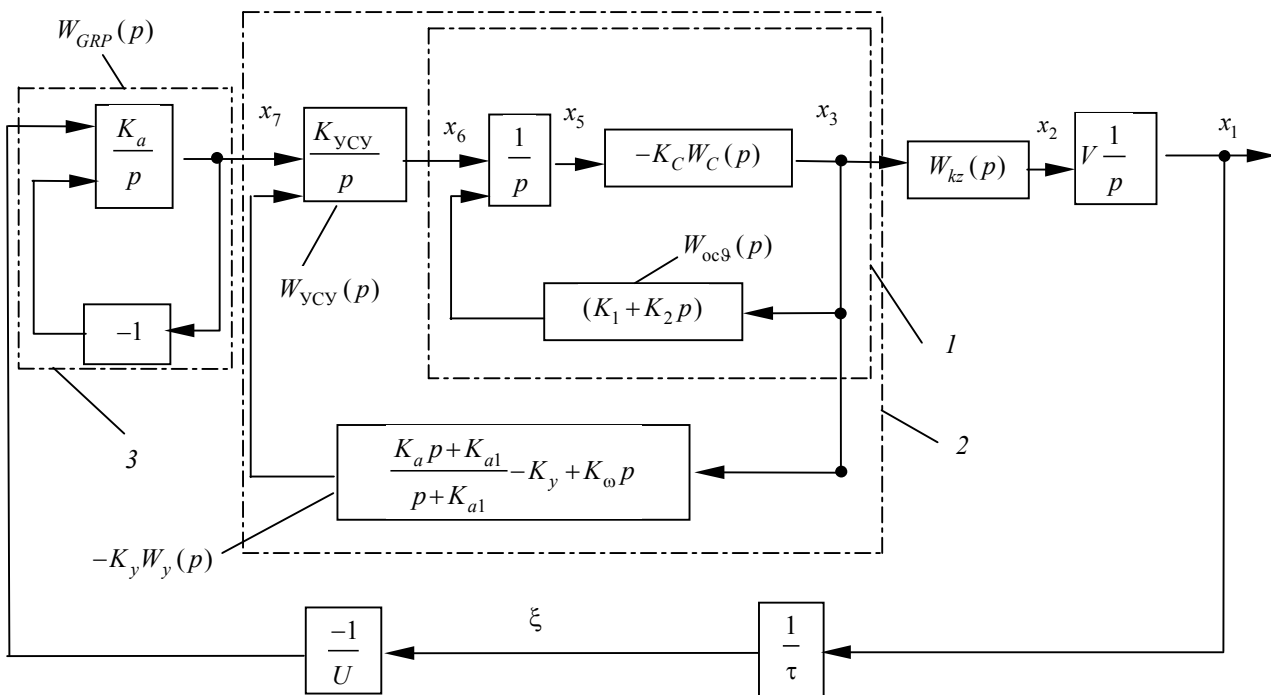


Рис. 1

Для преобразования схемы рис. 1 к схеме с одним входом и одним выходом необходимо последовательно найти передаточные функции $W_1(p), W_2(p), W_3(p)$ контуров, обозначенных на рис. 1 цифрами (1—3). При этом передаточная функция стационарной части системы (от выхода ξ нестационарного звена $\frac{1}{\tau}$ до выхода по координате x_1) будет (передаточная функция $W_1(p)$ включается в состав $W_2(p)$)

$$\Phi(p) = \frac{x_1(p)}{\xi(p)} = -\frac{1}{U} W_3(p) W_2(p) W_{kz}(p) \frac{V_C}{p}. \tag{1}$$

При $K_{a1} = 1$ получим

$$W_1(p) = \frac{-K_C(T_{1C}p+1)}{K_C(T_{1C}p+1)(K_1+K_2p)+p(T_C^2p^2+2\xi_C T_C p+1)} = \frac{P_1(p)}{Q_1(p)};$$

$$P_1(p) = -K_C(T_{1C}p+1);$$

$$Q_1(p) = T_C^2 p^3 + (2\xi_C T_C + K_C T_{1C} K_2) p^2 + (1 + K_C T_{1C} K_1 + K_C K_2) p + K_C K_1;$$

$$W_2(p) = \frac{P_2(p)}{Q_2(p)}; P_2(p) = -K_{yCy} K_C (T_{1C}p+1);$$

$$Q_2(p) = T_C^2 p^4 + (2\xi_C T_C + K_C T_{1C} K_2) p^3 + (1 + K_C T_{1C} K_1 + K_C K_2 + K_\omega K_y K_C T_{1C}) p^2 + \\ + [K_C K_1 + (1 - K_y) K_{yCy} K_C T_{1C} + K_\omega K_{yCy} K_C] p + (1 - K_y) K_{yCy} K_C;$$

$$W_3(p) = \frac{P_3(p)}{Q_3(p)}; P_3(p) = K_a; Q_3(p) = p + K_a.$$

Следовательно,

$$\Phi(p) = \frac{b_1}{a_1 p^6 + a_2 p^5 + a_3 p^4 + a_4 p^3 + a_5 p^2 + a_6 p}, \quad (2)$$

где

$$b_1 = \frac{V_C}{U} K_y K_C K_a; a_1 = T_C^2; a_2 = T_C^2 K_a + 2\xi_C T_C + K_C T_{1C} K_2;$$

$$a_3 = K_a (2\xi_C T_C + K_C T_{1C} K_2) + 1 + K_C T_{1C} K_1 + K_C K_2 + K_\omega K_{yCy} K_C T_{1C};$$

$$a_4 = (1 + K_C T_{1C} K_1 + K_C K_2 + K_\omega K_{yCy} K_C T_{1C}) K_a + K_C K_1 + (1 - K_y) K_{yCy} K_C T_{1C} + K_\omega K_{yCy} K_C;$$

$$a_5 = [K_C K_1 + (1 - K_y) K_{yCy} K_C T_{1C} + K_\omega K_{yCy} K_C] K_a + (1 - K_y) K_{yCy} K_C;$$

$$a_6 = (1 - K_y) K_{yCy} K_C K_a.$$

Приведение системы к нулевым начальным условиям. Формула (2) представляет собой искоемую передаточную функцию стационарной части нестационарной системы управления с одним входом и одним выходом. Подобные передаточные функции используются в теории стационарных систем для построения переходных процессов по вещественной частотной характеристике, при исследовании систем с одной нелинейностью методом гармонического баланса и в некоторых других случаях, когда на первый план выступают требования наглядности получаемых результатов. В системах нестационарного управления с особой точкой такое представление передаточных функций необходимо для получения интегрального представления решения по первой координате. Рассмотрим подробнее внешние и начальные возмущения, действующие в астатической системе нестационарного управления.

Под возмущением будем понимать факторы, влияющие на параметры движения динамического объекта и не зависящие от системы управления.

Начальные возмущения, или начальные условия, определяются предшествующим маневрированию участком движения ЛА. Чаще всего маневрированию предшествует участок установившегося движения, например, горизонтальный полет ЛА на заданной высоте или прямолинейное движение в плоскости маневрирования. В этом случае, если уравнения движения ЛА и рулевого тракта записать в вариациях параметров относительно балансируемых значений, начальные условия будут нулевыми.

Однако следует иметь в виду, что в момент перехода системы автоматического управления в режим маневрирования к заданному положению, нули некоторых измерителей и звеньев могут не соответствовать балансирующим параметрам движения. Типичным в этом смысле возмущением для астатической системы автоматического управления (САУ) является возмущение $f_{УСУ_0} = \vartheta_{GRP_0} - K_y \vartheta_{y_0}$, возникающее в том случае, когда не производится „обнуление“ по сигналу ϑ_{GRP} привода антенны радиоприемника и сигналу ϑ_y упреждения.

Учет обнуления заключается в том, что при моделировании полагают $f_{УСУ_0} = 0$ и вводят возмущение $f_\varepsilon = -\varepsilon_0$, компенсирующее начальное значение угла места.

К наиболее характерным возмущениям, действующим в САУ в вертикальной плоскости, относятся:

- начальное значение высоты полета $H(0) = H_0$;
- установочный угол $f_{УСУ}(t) = \vartheta_{GRP}$, вводимый для исключения возможности занижения САУ высоты полета ЛА;
- случайные возмущения, вызванные наличием пассивных и активных помех в антенном тракте, эти возмущения могут быть учтены заданием функции $f_{x_1}(t)$;
- движение посадочной платформы (может быть учтено, если положить $U = V - V_{п_x}$, где $V_{п_x}$ — проекция скорости движения посадочной платформы);
- изменение состояния атмосферы, приводящее к движению воздушных масс; движение воздушных масс принято делить на крупномасштабное (ветер) и мелкомасштабное (турбулентность), при этом ветер учитывается возмущением $f_W(t)$, непосредственно приводящим к изменению скорости движения центра масс, а турбулентность приводит к изменению углового движения вокруг центра масс и может быть учтена возмущением рулевого тракта $f_{РТ}(t)$ [2].

Наиболее характерными возмущениями САУ в горизонтальной плоскости являются:

- движение посадочной платформы с постоянной скоростью, движение платформы в этом случае может быть учтено заданием функции $f_{x_1} = V_{п_z}$;
- случайные возмущения, вызванные наличием пассивных и активных помех в антенном тракте;
- начальное значение бокового отклонения $Z(0) = Z_0$, которое может быть вызвано помехами в момент начала маневрирования;
- переменный ветер, влияние скорости которого можно учесть согласно рис. 2.

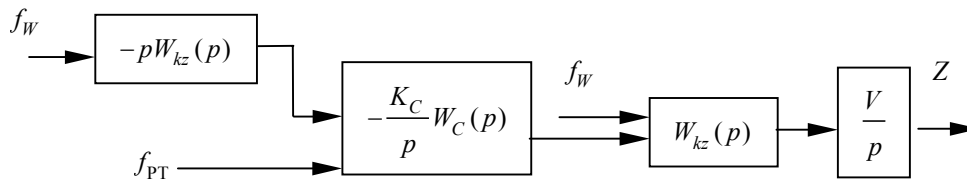


Рис. 2

На рис. 2 приняты следующие обозначения: f_W — возмущение, обусловленное воздействием ветра — отношение скорости ветра к скорости ЛА;

$$-\frac{K_C}{p} W_C(p) = -\frac{K_C}{p} \frac{T_{1C} p + 1}{T_C^2 p^2 + 2\xi_C T_C p + 1}$$

— передаточная функция ЛА в горизонтальной плоскости, T_{1C} — постоянная времени кинематического звена.

Все указанные выше детерминированные возмущения могут быть описаны функциями времени, для которых существуют и известны преобразования по Лапласу, а случайные возмущения могут быть описаны известными случайными функциями. В частности, предполагается, что заменой переменных все начальные возмущения могут быть учтены в виде внешних возмущений таким образом, чтобы в новых переменных система имела нулевые начальные условия. Приводимость системы к нулевым начальным условиям необходима для получения передаточных функций отдельных звеньев и последующего их объединения в общую структурную блочно-операторную схему.

Заключение. Анализ структуры САУ позволил путем последовательного преобразования перейти от многоконтурной схемы к одноконтурной. Такой переход позволяет определить параметрически заданные передаточные функции стационарной части нестационарной системы, применяемые при исследовании систем с одной нелинейностью. Классификация внешних возмущений позволила формализовать вектор измерений и привести систему к нулевым начальным условиям для получения передаточных функций отдельных звеньев и последовательного их объединения в общую структурную блочно-операторную схему.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герасимов А. Н., Григорьева Н. Н., Жаринов И. О., Жаринов О. О., Исаков В. И., Орлов А. П., Кулин А. Н., Шенета А. П. Линейные системы автоматического управления: Учеб. пособие. СПб: ГУАП, 2009. 232 с.
2. Богословский С. В., Богословский В. С. Теория нестационарного управления: Учеб. пособие. СПб: ГУАП, 2005. 380 с.

	<i>Сведения об авторах</i>
<i>Леонид Владимирович Андреев</i>	— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра стабилизации, навигации и управления; E-mail: Lio8300@mail.ru
<i>Сергей Владимирович Богословский</i>	— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра стабилизации, навигации и управления; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
<i>Борис Викторович Видин</i>	— канд. техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
<i>Игорь Олегович Жаринов</i>	— канд. техн. наук, доцент; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: igor_rabota@pisem.net
<i>Олег Олегович Жаринов</i>	— канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра моделирования вычислительных и электронных систем; E-mail: zharinov@hotmail.ru
<i>Павел Павлович Парамонов</i>	— д-р техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
<i>Юрий Иванович Сабо</i>	— д-р техн. наук, профессор; ОКБ „Электроавтоматика“ им. П. А. Ефимова, Санкт-Петербург; E-mail: post-master@elavt.spb.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

С. В. АРАНОВСКИЙ, В. М. БАРДОВ, А. А. БОБЦОВ, А. А. КАПИТОНОВ, А. А. ПЫРКИН

СИНТЕЗ НАБЛЮДАТЕЛЯ В УСЛОВИЯХ ВОЗМУЩЕНИЯ ПРОЦЕССА ИЗМЕРЕНИЯ ВЫХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Предложен новый подход к синтезу асимптотического наблюдателя переменных состояний для линейного объекта в случае, когда измерению доступна выходная переменная в аддитивной смеси с неизвестным синусоидальным возмущением.

Ключевые слова: асимптотический наблюдатель, доступность измерению, выходная переменная, неизвестное возмущение.

Введение. Рассмотрим задачу синтеза асимптотического наблюдателя линейного объекта вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad (1)$$

$$y(t) = c^T x(t) + \delta(t), \quad (2)$$

где $x(t) \in R^n$ — не измеряемый вектор переменных состояния, $\delta(t) \in R$ — неизвестное синусоидальное возмущение, $u(t) \in R$ — сигнал управления, $y(t) \in R$ — измеряемая выходная переменная.

Если объект управления асимптотически устойчив, то данная задача может оказаться тривиальной. В самом деле, в случае заданных параметров объекта можно выстроить его точную модель и, вычитая из выходной переменной объекта выходную переменную модели, получить величину возмущающего воздействия $\delta(t)$. Если объект управления не является асимптотически устойчивым, то данная схема неприменима, а использование классических наблюдателей переменных состояния не позволит получить асимптотическую сходимость к нулю ошибки между вектором переменных состояния и его оценкой. Задача синтеза наблюдателя для объекта управления (1), (2) была решена в работах [1, 2]. В [1] рассматривался объект

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t), \quad \dot{v}(t) = R_v v(t), \\ y(t) &= c^T x(t) + \delta(t) = c^T x(t) + q^T v(t), \end{aligned}$$

где матрица R_v имеет не кратные чисто мнимые корни.

В [2] исследовался минимально фазовый объект управления вида

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t) + Pv(t), \quad \dot{v}(t) = R_v v(t), \\ e(t) &= c^T x(t) - q^T v(t), \end{aligned}$$

где $e(t)$ — ошибка, которую необходимо свести к нулю.

Поставленные задачи были решены при условии существования решений (Γ, γ) следующих матричных уравнений:

$$\Gamma R_{\gamma} = A\Gamma + b\gamma + P, \quad c^T \Gamma + \gamma^T = 0.$$

Подходы, предложенные в работах [1, 2], не являются универсальными (например, в [2] рассматриваются только минимально фазовые объекты) и представляющими значительные сложности при их реализации. Таким образом, синтез альтернативного решения является актуальной задачей.

В настоящей статье решение задачи синтеза асимптотического наблюдателя для (1), (2) будет основано на идентификации в непрерывном времени частоты возмущающего воздействия. Заметим, что решение данной задачи носит важное самостоятельное значение, поскольку на сегодняшний день существует большое число разнообразных подходов к идентификации неизвестной частоты синусоидального сигнала $\sigma \sin(\omega t + \phi)$ (см., например, [3—13]), но при условии, что измеряется сама функция. Таким образом, предлагаемый в рамках данной статьи результат не ограничен применением к решению задач синтеза наблюдателей переменных состояния, но и развивает методы идентификации частот синусоидальных сигналов.

Постановка задачи. Рассмотрим в общем случае не минимально фазовый линейный объект вида (1), (2), где возмущение $\delta(t)$ представлено в виде синусоидальной функции

$$\delta(t) = \sigma \sin \omega t \quad (3)$$

с неизвестными амплитудой σ и частотой ω . Следует заметить, что расширение класса возмущающих воздействий до суммы нескольких синусоидальных функций не является проблемой, но усложняет представление основного материала данной статьи. Поэтому для простоты изложения ограничимся одной синусоидой.

Рассмотрим модель „вход—выход объекта“ (1), (2)

$$y(t) = \frac{b(p)}{a(p)} u(t) + \delta(t), \quad (4)$$

где $p = d/dt$; $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0 =$ и $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1p + b_0$, $m < n$ — соответствующие полиномы, полученные в результате перехода от модели „вход—состояние—выход“ к модели „вход—выход“

$$\frac{b(p)}{a(p)} = c(pI - A)^{-1}b.$$

Рассмотрим следующие допущения относительно системы (1), (2), (4).

Допущение 1. Будем полагать, что измеряются только сигналы $y(t)$ и $u(t)$.

Допущение 2. Коэффициенты матриц A , b и c известны.

Допущение 3. Пара A , b полностью управляема и пара A , c полностью наблюдаема.

Допущение 4. Полиномы $a(p)$ и $b(p)$ могут быть не гурвицевыми и не имеют корней $\pm j\omega$.

Требуется построить асимптотический наблюдатель переменных состояния $x(t)$ объекта (1), (2) такой, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t) - \hat{x}(t)| = 0, \quad (5)$$

где $\hat{x}(t)$ является оценкой вектора $x(t)$.

Синтез наблюдателя. Процедура синтеза наблюдателя для вектора $x(t)$ объекта (1), (2) будет осуществлена в два этапа. На первом этапе будет предложен алгоритм синтеза наблюдателя возмущающего воздействия $\delta(t)$, а на втором, используя информацию о $\delta(t)$, построим устройство оценки вектора $x(t)$. Для синтеза наблюдателя возмущающего воздействия $\delta(t) = \sigma \sin \omega t$ потребуется идентификация параметров σ и ω . Сначала построим идентификатор

параметра ω . Для этого, пренебрегая ненулевыми начальными условиями, преобразуем уравнение (4) следующим образом:

$$a(p)y(t) = b(p)u(t) + a(p)\delta(t). \quad (6)$$

Рассмотрим любой гурвицев полином $\gamma(p)$ степени n . Тогда для уравнения (6) имеем

$$\gamma(p)y(t) = a_1(p)y(t) + b(p)u(t) + a(p)\delta(t)$$

или

$$y(t) = \frac{a_1(p)}{\gamma(p)} y(t) + \frac{b(p)}{\gamma(p)} u(t) + \frac{a(p)}{\gamma(p)} \delta(t), \quad (7)$$

где $a(p) = \gamma(p) - a_1(p)$.

Из уравнения (7) получим

$$\begin{aligned} w(t) &= y(t) - \frac{a_1(p)}{\gamma(p)} y(t) - \frac{b(p)}{\gamma(p)} u(t) = \frac{a(p)}{\gamma(p)} \delta(t) = \\ &= \frac{a(p)}{\gamma(p)} \sigma \sin \omega t = \sigma \frac{a(p)}{\gamma(p)} \sin \omega t. \end{aligned} \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что сигнал

$$w(t) = \sigma \frac{a(p)}{\gamma(p)} \sin \omega t$$

и в силу гурвицевости полинома $\gamma(p)$ функция $w(t)$ является гармонической с частотой ω . Также заметим, что сигнал $w(t)$ в силу гурвицевости полинома $\gamma(p)$ может быть рассчитан следующим образом:

$$w(t) = y(t) - \frac{a_1(p)}{\gamma(p)} y(t) - \frac{b(p)}{\gamma(p)} u(t).$$

Как и в [13], для генерирования сигнала $w(t)$ будем использовать дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d^2 w(t)}{dt^2} = -\omega^2 w(t) = \theta w(t), \quad (9)$$

где $\theta = -\omega^2$ — постоянный параметр.

Следуя результатам леммы 1, представленной в статье [13], перепишем (9) следующим образом:

$$w(t) = 2\dot{\zeta}(t) + \zeta(t) + \theta \zeta(t) + \varepsilon_y(t), \quad (10)$$

где $\varepsilon_y(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени, определяемая ненулевыми начальными условиями, а функция $\zeta(t)$ формируется как

$$\zeta(t) = \frac{1}{(p+1)^2} w(t).$$

Как и в [13], для синтеза идентификатора неизвестного параметра θ введем новую переменную — измеряемый сигнал вида

$$z(t) = \ddot{\zeta}(t) = w(t) - 2\dot{\zeta}(t) - \zeta(t).$$

Пренебрегая экспоненциально затухающим членом, для модели (10) имеем

$$z(t) = \theta \zeta(t). \quad (11)$$

Построим адаптивный наблюдатель для сигнала (11)

$$\hat{z}(t) = \hat{\theta}(t) \zeta(t),$$

где $\hat{z}(t)$ — оценка сигнала $z(t)$, а $\hat{\theta}(t)$ — оценка параметра θ .

Утверждение. Пусть $\hat{\theta}(t)$ настраивается следующим образом:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = k_{\zeta}(t)(z(t) - \hat{z}(t)), \quad (12)$$

тогда $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}(t) - \theta| = 0$. Доказательство этого утверждения можно найти в [13].

Частоту гармонического возмущения будем рассчитывать следующим образом:

$$\hat{\omega}(t) = \sqrt{|\hat{\theta}(t)|}. \quad (13)$$

Теперь построим идентификатор параметра σ сигнала $\delta(t) = \sigma \sin \omega t$. Для этого построим наблюдатель для сигнала $w(t)$. Поскольку $w(t) = \sigma \frac{a(p)}{\gamma(p)} \sin \omega t = \sigma \varphi(t)$, то для идентификации сигнала $w(t)$ выберем следующий алгоритм:

$$\hat{w}(t) = \hat{\sigma} \frac{a(p)}{\gamma(p)} \sin \hat{\omega} t,$$

где $\sin \hat{\omega} t = \sin((\omega - \tilde{\omega})t) = \sin \omega t \cos \tilde{\omega} t - \cos \omega t \sin \tilde{\omega} t$, и в силу $\lim_{t \rightarrow \infty} |\theta - \hat{\theta}(t)| = 0$ имеем $\lim_{t \rightarrow \infty} |\omega - \hat{\omega}(t)| = 0$.

Так как $\lim_{t \rightarrow \infty} |\omega - \hat{\omega}(t)| = 0$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} \sin \hat{\omega} t = \sin \omega t$ и, следовательно,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{w}(t) = \hat{\sigma} \frac{b(p)}{a(p)} \sin \omega t = \hat{\sigma} \varphi(t).$$

Для настройки параметра $\hat{\sigma}$ воспользуемся стандартной процедурой (см., например, [14]) вида

$$\dot{\hat{\sigma}} = \beta \varphi(t)(w(t) - \hat{w}(t)) = \beta \left(\frac{b(p)}{a(p)} \sin \hat{\omega} t \right) (w(t) - \hat{w}(t)), \quad (14)$$

где β — любое положительное число.

Таким образом, для наблюдателя возмущающего воздействия $\delta(t)$ имеем следующий алгоритм:

$$\hat{\delta}(t) = \hat{\sigma} \sin \hat{\omega} t, \quad (15)$$

где параметры $\hat{\sigma}$ и $\hat{\omega}$ находятся из уравнений (13), (14).

Теперь, зная точную оценку функции $\delta(t)$, построим наблюдатель переменных состояния $x(t)$ для объекта управления (1), (2). Для этого воспользуемся классическими результатами по синтезу наблюдателей полной размерности, опубликованными, например, в [14]

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + bu(t) + l(y(t) - \hat{y}(t)), \quad (16)$$

$$\hat{y}(t) = c^T \hat{x}(t) + \hat{\delta}(t), \quad (17)$$

где $\hat{x}(t) \in R^n$ — оценка вектора $x(t)$, $\hat{\delta}(t) \in R$ — оценка неизвестного возмущения, $\hat{y}(t) \in R$ — оценка переменной $y(t)$, а вектор постоянных коэффициентов l рассчитывается таким образом, чтобы матрица $\bar{A} = A - lc^T$ была гурвицевой.

Заключение. В данной статье предложен альтернативный к [1, 2] алгоритм синтеза асимптотического наблюдателя (16), (17) для линейного объекта управления (1), (2). Также предлагаемый в рамках статьи результат развивает методы идентификации (см., например, [3—13]) параметров синусоидальных сигналов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-08-00139) и АВЦП (проект № 2.1.2/6326).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Marino R., Santosuosso G., Tomei R. Adaptive Stabilization of Linear Systems with Outputs Affected by Unknown Sinusoidal Disturbances // Proc. of the Europ. Control Conf. Kos, Greece, 2007. P. 129—134.
2. Marino R. and Tomei R. Output Regulation for Linear Minimum Phase Systems with Unknown Order Exosystem // IEEE Transact. on Automatic Control. 2007. Vol. 52. P. 2000—2005.
3. Bodson M., Douglas S. C. Adaptive algorithms for the rejection of periodic disturbances with unknown frequencies // Automatica. 1997. Vol. 33. P. 2213—2221.
4. Hsu L., Ortega R., Damm G. A globally convergent frequency estimator // IEEE Transact. on Automatic Control. 1999. Vol. 46. P. 967—972.
5. Mojiri M. and Bakhshai A. R. An Adaptive Notch Filter for Frequency Estimation of a Periodic Signal // IEEE Transact. on Automatic Control. 2004. Vol. 49. P. 314—318.
6. Marino R. and Tomei R. Global Estimation of Unknown Frequencies // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 1324—1328.
7. Xia X. Global Frequency Estimation Using Adaptive Identifiers // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 1188—1193.
8. Obregón-Pulido G., Castillo-Toledo B., and Loukianov A. A. Globally Convergent Estimator for n -Frequencies // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 857—863.
9. Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D. Algorithm of parameter's identification of polyharmonic function // 15th IFAC World Congress on Automatic Control. Barcelona, Spain, 2002.
10. Бобцов А. А., Кремлев А. С. Адаптивная идентификация частоты смещенного синусоидального сигнала // Изв. вузов. Приборостроение. 2005. Т. 48, № 4. С. 22—26.
11. Нои М. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid // IEEE Transact. on Automatic Control. 2005. Vol. 50. P. 855—858.
12. Дьяконов В. MATLAB6: Учебный курс. СПб: Питер, 2001.
13. Арановский С. В., Бобцов А. А., Кремлев А. С., Лукьянова Г. В. Робастный алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 1—6.
14. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб: Наука, 1999.

Сведения об авторах

- Станислав Владимирович Арановский** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Владимир Михайлович Бардов** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Алексей Алексеевич Бобцов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: bobtsov@mail.ru
- Александр Александрович Капитонов** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Антон Александрович Пыркин** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

А. А. БОБЦОВ, Н. А. НИКОЛАЕВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ВЕРСИИ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОМПЕНСАТОРА ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ СИСТЕМ СО СТЕПЕННЫМИ СТАТИЧЕСКИМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

Рассматривается задача стабилизации нелинейной параметрически и функционально неопределенной системы, подверженной влиянию внешнего ограниченного возмущения. Предполагается, что измерениям доступны только выходная переменная объекта и управляющий сигнал, а нелинейности являются статическими и имеют степенные ограничения.

Ключевые слова: компенсатор, стабилизация, нелинейная система.

Введение. Постановка задачи. В статье [1] была рассмотрена нелинейная система в форме „вход—состояние—выход“ вида

$$\dot{z} = Fz + Lu + D\varphi(y), \quad y = R_z^T z, \quad (1)$$

где $z(t) \in R^n$ — вектор переменных состояний; F , L , D и R_z — неизвестные постоянные матрицы размерностью $n \times n$, $n \times 1$, $n \times 1$ и $n \times 1$ соответственно; $y(t) \in R$ — выходная переменная. Неизвестная функция $\varphi = \varphi(y, t)$ такая, что:

$$|\varphi(y, t)| \leq C_0 |y(t)|^s \quad \text{для всех } y(t), \quad (2)$$

где число $C_0 > 0$ неизвестно, а целое число $s \geq 1$ известно.

В работе [1] рассматривалась возможность использования алгоритма управления (метода последовательного компенсатора), представленного в [2], для обеспечения полуглобальной асимптотической устойчивости нелинейной системы без секторных ограничений. В настоящей статье с использованием результатов [1] будет доказана работоспособность алгоритма [2] для случая, когда объект управления (1) подвержен влиянию внешнего неизвестного ограниченного возмущающего воздействия.

Рассмотрим нелинейную систему в форме „вход—выход“

$$y(t) = \frac{b(p)}{a(p)} [u(t) + w(t)] + \frac{c(p)}{a(p)} \varphi(y, t), \quad (3)$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; выходная переменная $y = y(t)$ измеряется, но ее производные $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0$, $c(p) = c_r p^r + c_{r-1} p^{r-1} + \dots + c_1 p + c_0$ и $a(p) = p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$ — полиномы с неизвестными коэффициентами, $r \leq n-1$; передаточная функция $\frac{b(p)}{a(p)}$ имеет относительную степень $\rho = n - m$; $w(t)$ — неизвестное ограниченное гладкое возмущающее воздействие; полином $b(p)$ гурвицев $b_m > 0$.

Пусть для стабилизации системы (3) используется управление следующего вида (см. [2]):

$$u = -a(p)(\mu + \kappa)\hat{y}, \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \sigma \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= \sigma \xi_3, \\ &\dots \\ \dot{\xi}_{p-1} &= \sigma(-k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 - \dots - k_{p-1} \xi_{p-1} + k_1 y), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\hat{y} = \xi_1, \quad (6)$$

где число μ и полином $a(p)$ такие, что передаточная функция

$$W(p) = \frac{b(p)a(p)}{a(p) + \mu b(p)a(p)} \quad (7)$$

является строго вещественно положительной; параметр $\kappa > 0$ используется для компенсации неопределенности $\varphi(y, t)$ (см. ниже доказательство теоремы, условие (П.8)); число $\sigma > \mu + \kappa$ (см. ниже доказательство теоремы, неравенство (П.6)); параметры k_i выбираются таким образом, чтобы система (5) была асимптотически устойчивой при нулевом входе $y(t)$.

Замечание. В силу следствия 3 из работы [2] существуют число $\mu > \mu_0 > 0$ и любой гурвицев полином $a(p)$ степени $p-1$ такие, что передаточная функция (7) является строго вещественно положительной.

Цель настоящей статьи заключается в том, чтобы доказать правомочность использования управления вида (4)—(6) (алгоритма последовательного компенсатора [2]) для обеспечения ограниченности выходной переменной $y(t)$ для любого ограниченного гладкого возмущающего воздействия $w(t)$.

Модельные преобразования и основной результат. Подставив (4) в уравнение (3), получим

$$\begin{aligned} y &= \frac{b(p)}{a(p)}[-a(p)(\mu + \kappa)\hat{y} + w] + \frac{c(p)}{a(p)}\varphi(y, t) = \\ &= \frac{b(p)}{a(p)}[-a(p)(\mu + \kappa)y + a(p)(\mu + \kappa)\varepsilon + w] + \frac{c(p)}{a(p)}\varphi(y, t). \end{aligned} \quad (8)$$

После простых преобразований для модели (8) имеем

$$a(p)y + \mu a(p)b(p)y = b(p)a(p)[(\mu + \kappa)\varepsilon - \kappa y + w] + c(p)\varphi(y)$$

и

$$y = \frac{b(p)a(p)}{a(p) + \mu b(p)a(p)}[-\kappa y + (\mu + \kappa)\varepsilon + w] + \frac{c(p)}{a(p) + \mu b(p)a(p)}\varphi(y, t), \quad (9)$$

где передаточная функция (7) является строго вещественно положительной, а функция

$$\varepsilon = y - \hat{y}.$$

Представим модель „вход—выход“ (9) в форме „вход—состояние—выход“

$$\dot{x} = Ax + b(-\kappa y + (\mu + \kappa)\varepsilon + w) + q\varphi(y, t), \quad (10)$$

$$y = c^T x, \quad (11)$$

где $x \in R^n$ — вектор переменных состояния системы (10), (11); A , b , q и c — соответствующие матрицы перехода от модели (9) к модели (10), (11).

Так как передаточная функция $W(p)$ строго вещественно положительная, то, в соответствии с известной леммой Якубовича—Калмана (см., например, обзор [3] или монографию [4]), существует симметрическая положительно определенная матрица $P = P^T$, удовлетворяющая двум матричным соотношениям

$$A^T P + PA = -Q_1, \quad Pb = c, \quad (12)$$

где $Q_1 = Q_1^T$ — положительно определенная матрица и параметры матрицы Q_1 зависят от μ и не зависят от κ .

Перепишем модель (5), (6) в форме

$$\dot{\xi} = \sigma(\Gamma\xi + dk_1 y), \quad \hat{y} = h^T \xi,$$

где

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_{p-1} \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Введем в рассмотрение вектор

$$\eta = hy - \xi, \quad (13)$$

который связан с функцией ε следующим образом:

$$\varepsilon = y - \hat{y} = h^T hy - h^T \xi = h^T (hy - \xi) = h^T \eta.$$

Продифференцировав уравнение (13), получим

$$\dot{\eta} = h\dot{y} - \sigma(\Gamma(hy - \eta) + dk_1 y) = h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta - \sigma(dk_1 + \Gamma h)y.$$

Так как $dk_1 = -\Gamma h$ (может быть проверено подстановкой), то

$$\dot{\eta} = h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta, \quad \varepsilon = h^T \eta, \quad (14)$$

где матрица Γ является гурвицевой в соответствии с параметром k_i системы (5) и

$$\Gamma^T N + N\Gamma = -Q_2, \quad (15)$$

где $N = N^T > 0$ и $Q_2 = Q_2^T > 0$.

Теперь сформулируем теорему, в которой будут представлены условия ограниченности всех траекторий системы (10), (11), (14).

Т е о р е м а . Рассмотрим нелинейную систему (10), (11), (14) с допущениями на нелинейную функцию $\varphi = \varphi(y, t)$ вида (2). Пусть положительные числа κ и σ удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{aligned} & -\sigma Q_2 + \delta^{-1}(\mu + \kappa)hh^T + (\mu + \kappa)Nhc^T bb^T ch^T N + \\ & + (\mu + \kappa)hh^T + \delta^{-1}Nhc^T AA^T ch^T N + \kappa Nhc^T bb^T ch^T N + \\ & + \kappa Nhc^T qq^T ch^T N + \delta^{-1}\kappa Nhc^T bb^T ch^T N \leq -Q \end{aligned}$$

и

$$\kappa \geq \psi_0 C_0^4 (\kappa^{-1} + \delta^{-1})^2,$$

где $Q = Q^T$ — положительно определенная матрица, числа $0 < \delta \leq 0,25$ и $\psi_0 > 0$ такие, что

$$-Q_1 + \delta I + (\delta\mu + 2\delta\kappa - 0,5\kappa)Pbb^T P + \delta Pqq^T P \leq -Q < 0,$$

$$\psi_0 > \lambda_0^{-1} \lambda_1 (V(t_0))^{2s-2},$$

$$V(t_0) = x^T(t_0)Px(t_0) + \eta^T(t_0)N\eta(t_0).$$

Тогда все траектории системы (10), (11), (14) ограничены.

Доказательство теоремы приведено в Приложении.

Выводы. Из теоремы следует, что для каждого множества начальных условий функции $V(t_0)$ найдутся положительные числа κ , ψ_0 и σ , для которых нелинейная система (10), (11),

(14) будет устойчива. Однако изменение начальных условий функции $V(t_0)$ в сторону их увеличения при фиксированных значениях κ , ψ_0 и σ может привести к нарушению условия (П.10), а следовательно, к невыполнимости неравенства (П.11). Таким образом, при фиксированных значениях κ , ψ_0 и σ можно говорить лишь о полуглобальной устойчивости нелинейной системы (10), (11), (14), и следовательно, о полуглобальной устойчивости положения равновесия $y=0$. Также заметим, что из неравенства (П.11) следует, что увеличение коэффициента κ закона управления (4) приводит к уменьшению функции $V(t)$ и, как следствие — уменьшению значений $y(t)$. В предельном случае для $\kappa \rightarrow \infty$ имеем $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы. Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V = x^T P x + \eta^T N \eta. \quad (\text{П.1})$$

Продифференцировав (П.1) в соответствии с уравнениями (10), (11) и (14), получим

$$\begin{aligned} \dot{V} = & x^T (A^T P + P A) x + 2(\mu + \kappa) x^T P b h^T \eta + \\ & + 2x^T P q \varphi(y, t) - 2\kappa x^T P b y + \eta^T \sigma (\Gamma^T N + N \Gamma) \eta + 2x^T P b w + \\ & + 2\eta^T N h c^T A x + 2(\mu + \kappa) \eta^T N h c^T b h^T \eta + 2\eta^T N h c^T b w + \\ & + 2\eta^T N h c^T q \varphi(y, t) - 2\kappa \eta^T N h c^T b y. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Подставив в (П.2) уравнения (12), (15) и принимая во внимание неравенства

$$\begin{aligned} 2x^T P b h^T \eta & \leq \delta x^T P b b^T P x + \delta^{-1} \eta^T h h^T \eta, \\ 2x^T P q \varphi(y, t) & \leq \delta x^T P q q^T P x + \delta^{-1} [\varphi(y, t)]^2, \\ 2x^T P b w & \leq \frac{\kappa}{2} y^2 + \frac{2}{\kappa} w^2, \\ 2\eta^T N h c^T b h^T \eta & \leq \eta^T N h c^T b b^T c h^T N \eta + \eta^T h h^T \eta, \\ 2\eta^T N h c^T A x & \leq \delta^{-1} \eta^T N h c^T A A^T c h^T N \eta + \delta x^T x, \\ 2\eta^T N h c^T q \varphi(y, t) & \leq \kappa \eta^T N h c^T q q^T c h^T N \eta + \kappa^{-1} [\varphi(y, t)]^2, \\ -2\kappa \eta^T N h c^T b y & \leq \delta^{-1} \kappa \eta^T N h c^T b b^T c h^T N \eta + \delta \kappa x^T P b b^T P x, \\ 2\eta^T N h c^T b w & \leq \kappa (\eta^T N h c^T b)^2 + \frac{1}{\kappa} w^2, \end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -x^T Q_1 x - \sigma \eta^T Q_2 \eta - \frac{1}{2} \kappa x^T P b b^T P x - \kappa y^2 + \\ & + \delta (\mu + \kappa) x^T P b b^T P x + \delta^{-1} (\mu + \kappa) \eta^T h h^T \eta + \\ & + \delta x^T P q q^T P x + \delta^{-1} [\varphi(y, t)]^2 + (\mu + \kappa) \eta^T N h c^T b b^T c h^T N \eta + \\ & + (\mu + \kappa) \eta^T h h^T \eta + \delta^{-1} \eta^T N h c^T A A^T c h^T N \eta + \delta x^T x + \\ & + \kappa \eta^T N h c^T q q^T c h^T N \eta + \kappa (\eta^T N h c^T b)^2 + \frac{3}{\kappa} w^2 + \\ & + \kappa^{-1} [\varphi(y, t)]^2 + \delta^{-1} \kappa \eta^T N h c^T b b^T c h^T N \eta + \delta \kappa x^T P b b^T P x, \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

где число $0 < \delta \leq 0,25$ такое, что

$$-Q_1 + \delta I + (\delta \mu + 2\delta \kappa - 0,5\kappa) P b b^T P + \delta P q q^T P \leq -Q < 0. \quad (\text{П.4})$$

Подставив неравенство (П.4) в (П.3), имеем

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -x^T Qx - \sigma \eta^T Q_2 \eta - \kappa y^2 + \delta^{-1} (\mu + \kappa) \eta^T h h^T \eta + \\
& + \delta^{-1} [\varphi(y, t)]^2 + (\mu + \kappa) \eta^T N h c^T b b^T c h^T N \eta + \\
& + (\mu + \kappa) \eta^T h h^T \eta + \delta^{-1} \eta^T N h c^T A A^T c h^T N \eta + \\
& + \kappa \eta^T N h c^T q q^T c h^T N \eta + \kappa^{-1} [\varphi(y, t)]^2 + \kappa (\eta^T N h c^T b)^2 + \frac{3}{\kappa} w^2 + \\
& + \delta^{-1} \kappa \eta^T N h c^T b b^T c h^T N \eta.
\end{aligned} \tag{П.5}$$

Пусть число σ такое, что

$$\begin{aligned}
& -\sigma Q_2 + \delta^{-1} (\mu + \kappa) h h^T + (\mu + \kappa) N h c^T b b^T c h^T N + \\
& + (\mu + \kappa) h h^T + \delta^{-1} N h c^T A A^T c h^T N + \kappa N h c^T b b^T c h^T N + \\
& + \kappa N h c^T q q^T c h^T N + \delta^{-1} \kappa N h c^T b b^T c h^T N \leq -Q.
\end{aligned} \tag{П.6}$$

Подставив выражение (П.6) в неравенство (П.5), получим

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -x^T Qx - \eta^T Q \eta - \kappa y^2 + (\delta^{-1} + \kappa^{-1}) [\varphi(y, t)]^2 + \frac{3}{\kappa} w^2 \leq \\
& \leq -\lambda_0 V - \kappa y^2 + (\kappa^{-1} + \delta^{-1}) C_0^2 y^{2s-1} y + \frac{3}{\kappa} w^2 \leq \\
& \leq -\lambda_0 V - \kappa y^2 + \psi_0 C_0^4 (\kappa^{-1} + \delta^{-1})^2 y^2 + \psi_0^{-1} y^{4s-2} + \frac{3}{\kappa} w^2,
\end{aligned} \tag{П.7}$$

где в силу условия (2) $[\varphi(y, t)]^2 \leq C_0^2 |y(t)|^{2s}$, а $\lambda_0 > 0$ и $\psi_0 > 0$.

Пусть число κ такое, что

$$\kappa \geq \psi_0 C_0^4 (\kappa^{-1} + \delta^{-1})^2, \tag{П.8}$$

тогда

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\lambda_0 V + \psi_0^{-1} y^{4s-2} + \frac{3}{\kappa} w^2 \leq -\lambda_0 V + \psi_0^{-1} \lambda_1 (x^T P x)^{2s-1} + \frac{3}{\kappa} w^2 \leq \\
& \leq -\lambda_0 V + \psi_0^{-1} \lambda_1 V^{2s-1} + \frac{3}{\kappa} w^2 = -V (\lambda_0 - \psi_0^{-1} \lambda_1 V^{2s-2}) + \frac{3}{\kappa} w^2,
\end{aligned} \tag{П.9}$$

где число $\lambda_1 > 0$ такое, что

$$\lambda_1 (x^T P x)^{2s-1} \geq (c^T x)^{4s-2} = y^{4s-2}.$$

Выбирая число

$$\psi_0 > \lambda_0^{-1} \lambda_1 (V(t_0))^{2s-2}, \tag{П.10}$$

для неравенства (П.9) получаем

$$\dot{V} < -\lambda_0 V \left(1 - \frac{(V(t))^{2s-2}}{(V(t_0))^{2s-2}} \right) + \frac{3}{\kappa} C_1 < 0 \text{ для любого } t \geq t_0. \tag{П.11}$$

Из последнего выражения следует ограниченность всех траекторий системы (10), (11), (14), что и требовалось доказать.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 09-08-00139-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобцов А. А., Николаев Н. А. Управление по выходу некоторой нелинейной системой с неизвестными параметрами и нелинейностью // АиТ. 2007. № 6. С. 150—156.

2. Бобцов А. А., Николаев Н. А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // *АиТ*. 2005. № 1. С. 118—129.
3. Барабанов Н. Е., Гелиг А. Х., Леонов Г. А. и др. Частотная теорема (лемма Якубовича — Калмана) в теории управления // *АиТ*. 1996. № 10. С. 3—40.
4. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000.

Сведения об авторах

- Алексей Алексеевич Бобцов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: bobtsov@mail.ru
- Николай Анатольевич Николаев** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики; кафедра систем управления и информатики

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

УДК 62.50

Д. С. БИРЮКОВ, О. В. СЛИТА, А. В. УШАКОВ

ОЦЕНКА ЗАТРАТ НА УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЖЕЛАЕМОЙ СТРУКТУРЫ МОД И ИХ РОБАСТНОСТИ

Рассматриваются вопросы синтеза непрерывной системы, обладающей свойством модальной робастности, путем задания желаемой структуры мод проектируемой системы. Предлагается зафиксировать желаемое значение времени переходного процесса, а структуру мод выбирать такой, чтобы минимизировать затраты на управление. В качестве основного результата приведен алгоритм такого синтеза с использованием грамиана затрат на управление.

Ключевые слова: динамическая система, грамиан, затраты на управление, робастность.

Введение. Постановка задачи. При проектировании систем управления с желаемыми показателями качества в переходном и установившемся режимах широкое применение нашли методы [1—4], основанные на обеспечении необходимой структуры собственных значений (мод) матрицы состояния синтезируемой системы. Наиболее полно данный подход реализован в современных методах модального управления [5—8], основанных на концепции векторного и матричного подобия, что позволяет алгоритмически обеспечивать модальное управление, опирающееся на решение матричного уравнения Сильвестра. При этом выбор необходимой структуры мод в соответствии с заданными показателями качества синтезируемой системы зачастую оказывается неоднозначным. Для решения задачи выбора той или иной необходимой структуры мод авторами предлагается оценка затрат на управление при решении задачи перевода объекта из начального положения на сфере начальных состояний в начало координат. Также в процессе синтеза системы возможен контроль структуры собственных векторов ее матрицы состояния с целью обеспечения робастности элементов спектра собственных значений матрицы при наличии неопределенности задания матрицы состояния исходного объекта [9, 10].

В настоящей статье поставлена задача объединить механизм контроля затрат на управление при выборе необходимой структуры мод и механизм контроля структуры собственных векторов при обеспечении модальной робастности.

Обеспечение модальной робастности необходимой структуры мод минимальными управлениями. Рассмотрим параметрически невозмущенный объект управления (ОУ) вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t)|_{t=0} = x(0), \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

для которого требуется синтезировать закон управления (ЗУ) в виде прямой связи по задающему воздействию $g(t)$ и обратной связи по вектору состояния $x(t)$

$$u(t) = K_g g(t) - Kx(t), \quad (2)$$

обеспечивающий желаемые показатели качества проектируемой системы.

Объединение ОУ (1) и ЗУ (2) образует замкнутую систему

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gg(t); \quad y = Cx(t), \quad (3)$$

где $F = A - BK$, $G = BK_g$.

Пусть система обладает неопределенностью ΔF значений параметров матрицы F так, чтобы спектр собственных значений матрицы $F + \Delta F$ принял вид $\sigma\{F + \Delta F\} = \{\lambda_i + \Delta\lambda_i, i = \overline{1, n}\}$, $\Delta\lambda = \text{col}\{\Delta\lambda_i, i = \overline{1, n}\}$. В работе [10] доказано, что оценка $\|\Delta F\|$ вариации ΔF и оценка $\|\Delta\lambda\|$ вариации $\Delta\lambda = \text{col}\{\Delta\lambda_i, i = \overline{1, n}\}$ вектора собственных значений λ , порождаемая вариацией ΔF , связаны неравенством

$$\|\Delta\lambda\| \leq C\{M\}\|\Delta F\|, \quad (4)$$

где $C\{M\}$ — число обусловленности матрицы M приведения матрицы F к диагональному виду (Λ):

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_i, i = \overline{1, n}\} \quad (5)$$

в соответствии с матричным условием подобия

$$M\Lambda = FM, \quad (6)$$

где $M: \|M_i\| = 1 (i = \overline{1, n})$; M_i — i -й столбец M .

В силу вышеприведенных соотношений подзадача обеспечения модальной робастности сводится к минимизации числа обусловленности $C\{M\}$. Подзадача обеспечения необходимой структуры мод минимальными управлениями решается с помощью грамиана затрат на управление [11].

Рассмотрим управление объектом ($g(t) = 0$) при его переводе из начального состояния $x(0)$ в конечное $x(\infty) = 0$ с помощью сигнала управления $u(t) = -Kx(t) = -Ke^{Ft}x(0)$. Для оценки затрат на управление ограничимся переводом объекта из начального состояния на сфере единичного радиуса в конечное состояние в начале координат. Введем в рассмотрение элемент $U_t = u_{[0,t]}$ линейного функционального пространства L_T^2 , где $T = \{t : 0 \leq t < \infty\}$. Тогда для квадрата евклидовой нормы элемента U_t функционального пространства в соответствии с определением можно записать

$$\|U_t\|^2 = \int_0^t U^T(\tau)U(\tau)d\tau = x^T(0) \int_0^t e^{F^T\tau} K^T K e^{F\tau} d\tau x(0) = x^T(0) W_U(t) x(0), \quad (7)$$

где

$$W_U(t) = \int_0^t e^{F^T\tau} K^T K e^{F\tau} d\tau \quad (8)$$

— грамиан затрат на управление на интервале $[0, t]$, τ — текущее время.

Проинтегрируем выражение (8) по частям, тогда получим

$$W_U = \lim_{t \rightarrow \infty} (W_U(t)) = e^{F^T t} K^T K e^{F t} F^{-1} - K^T K F^{-1} - F^T W_U(t) F^{-1}. \quad (9)$$

Из выражения (9) нетрудно видеть, что грамиан затрат на управление $W_U(t)$ может быть вычислен из решения матричного уравнения

$$F^T W_U(t) + W_U(t) F = -K^T K + e^{F^T t} K^T K e^{F t}. \quad (10)$$

Предельный переход в полученном матричном соотношении при $t \rightarrow \infty$ с учетом гурвицевости матриц F и F^T приводит к матричному уравнению типа Ляпунова относительно грамиана затрат на управление $W_U = \lim_{t \rightarrow \infty} W_U(t)$ на бесконечном интервале $[0, \infty)$ матричного уравнения

$$F^T W_U + W_U F = -K^T K. \quad (11)$$

Для оценки затрат на управление на интервале $[0, \infty)$ как функции начального состояния с учетом выражений (7) и (8) становится справедливой система неравенств

$$\alpha_{\min}^{1/2} \{W_U\} \|x(0)\| \leq \|U_\infty\| = (x^T(0) W_U x(0))^{1/2} \leq \alpha_{\max}^{1/2} \{W_U\} \|x(0)\|, \quad (12)$$

где $\alpha_{\min} \{W_U\}$, $\alpha_{\max} \{W_U\}$ — соответственно минимальное и максимальное сингулярные числа грамиана W_U .

Если сравнение вариантов реализации структур собственных векторов осуществлять на единичной сфере начальных состояний $\|x(0)\| = 1$, то оценка максимальных затрат на управление определится выражением

$$\max_{\|x(0)\|=1} \|U_\infty\| = \alpha_{\max}^{1/2} \{W_U\} \|x(0)\|_{\|x(0)\|=1} = \alpha_{\max}^{1/2} \{W_U\}. \quad (13)$$

Таким образом, задача достижения модальной робастности, которая решается путем минимизации числа обусловленности матрицы собственных векторов и одновременным обеспечением минимальных затрат, приводит к необходимости введения агрегированного функционала следующего вида:

$$J_U = \alpha_{\max}^{1/2} \{W_U\} C\{M\}. \quad (14)$$

Для вычисления значений матрицы обратных связей K воспользуемся обобщенным модальным управлением, опирающимся на решение матричного уравнения Сильвестра [12—14].

Алгоритм решения поставленной задачи средствами обобщенного модального управления принимает следующий вид.

1. Сформировать матричные компоненты (A, B, C) объекта управления вида (1) с управляемой парой (A, B) и наблюдаемой парой (A, C) .

2. Сформировать начальный набор желаемых корней матрицы F в максимальном секторе локализации, характеризующемся углом раскрытия $2\varphi = 180^\circ$.

3. Сформировать диагональную $(n \times n)$ -матрицу $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_i; i = \overline{1, n}\}$ состояния модальной модели, являющуюся носителем желаемой структуры мод матрицы F состояния синтезируемой системы для текущего набора желаемых корней.

4. Задать матрицу H , согласованную по размерности с матрицей B и образующую с матрицей Λ наблюдаемую пару.

5. Решить матричное уравнение Сильвестра

$$M\Lambda - AM = -BH \quad (15)$$

при заданных значениях матриц Λ , A , B и H относительно матрицы M и вычислить $C\{M\}$.

6. Вычислить значения матрицы K отрицательной обратной связи по вектору $x(t)$ состояния ОУ (1) с помощью соотношения

$$K = HM^{-1}. \quad (16)$$

7. Решить уравнение (11) относительно грамиана затрат и вычислить его максимальное сингулярное число.

8. Вычислить значение функционала (14).

9. Если полученное значение функционала (14) меньше минимального из предыдущих итераций, зафиксировать его как новое минимальное значение. Сформировать новый набор желаемых корней путем уменьшения сектора их локализации на некоторый шаг $\Delta\varphi$. Если сектор локализации уже сужен до нуля, перейти к п. 10, иначе — к п. 3.

10. Сформировать матрицу K_g закона ОМУ в форме (2) с целью обеспечения требуемых свойств отношения вход—выход проектируемой системы, обязательным из которых является свойство равенства выхода $y(t)$ входу $g(t)$ в установившемся режиме при неподвижном состоянии системы с помощью соотношения

$$K_g = \arg\left\{\Phi(s) = C(sI - F)^{-1}BK_{g|s=0} = I\right\} = -(CF^{-1}B)^{-1}. \quad (17)$$

Пример решения задачи синтеза ОМУ для объекта третьего порядка. Рассмотрим объект управления 3-го порядка, описываемый следующими матрицами:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 0 \quad 1].$$

Будем задавать желаемую структуру собственных значений $\sigma\{F\}$ матрицы $F = A - BK$ замкнутой системы в секторе с углом раскрытия 2φ в форме

$$\sigma\{F\} = \{\lambda_1 = -1, \lambda_2 = \cos(180^\circ - \varphi) + i \sin(180^\circ - \varphi), \lambda_3 = \cos(180^\circ - \varphi) - i \sin(180^\circ - \varphi)\}.$$

Сформируем матрицу состояния модальной модели в блочно-диагональной форме

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(180^\circ - \varphi) & \sin(180^\circ - \varphi) \\ 0 & -\sin(180^\circ - \varphi) & \cos(180^\circ - \varphi) \end{bmatrix}$$

и матрицу M подобия матриц F и Λ , сконструированную по обобщенной схеме Вандермонда, так, что она принимает вид

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \cos(180^\circ - \varphi) & \sin(180^\circ - \varphi) & -1 \\ \cos^2(180^\circ - \varphi) - \sin^2(180^\circ - \varphi) & 2\cos(180^\circ - \varphi)\sin(180^\circ - \varphi) & 1 \end{bmatrix}.$$

Решим матричное уравнение Сильвестра (14) относительно матрицы M и вычислим матрицу K по вектору $x(t)$ состояния ОУ (1) и матрицу F замкнутой системы.

Решим уравнение Ляпунова (11) относительно грамиана затрат W_U и найдем его наибольшее сингулярное число $\alpha_{\max}\{W_U\}$.

Выясним, при какой структуре желаемых корней, определяемых значением угла φ , функционал (14) принимает минимальное и максимальное значения.

График зависимости функционала J_U от значения угла φ приведен на рис. 1, видно, что функционал J_U принимает минимальное значение $J_U = 5,3958$ при $\varphi = 80^\circ$. Таким образом, матрица обратных связей, с помощью которой происходит назначение структуры собственных векторов, обеспечивающих модальную робастность, принимает значение $K = [1 \ 1,3456 \ 1,3456]$.

На рис. 2 показана зависимость оценки затрат на управление $\alpha_{\max} \{W_U\}$ и норма управления для одного из значений начальных условий $x_0 = [0 \ 0 \ 1]^T$. Из рисунка видно, что найденное значение угла $\varphi = 80^\circ$ действительно соответствует минимальному управлению, а оценка затрат адекватно описывает норму управления.

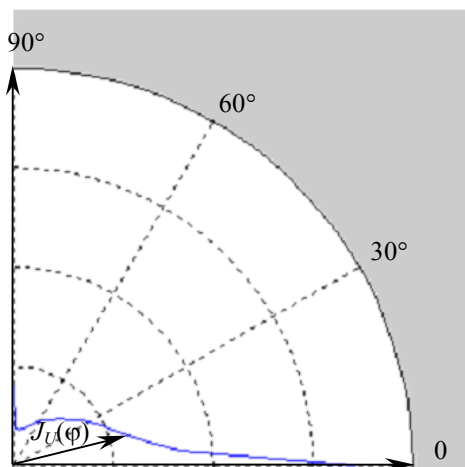


Рис. 1

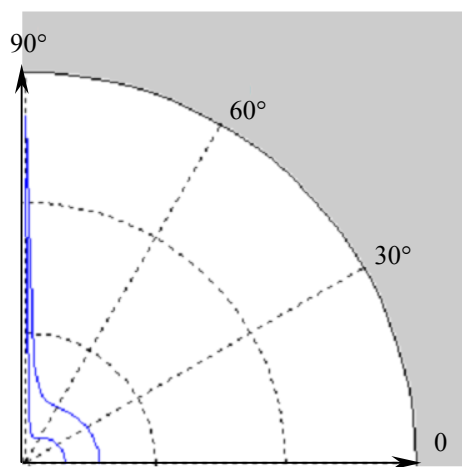


Рис. 2

Заключение. В работе сформулирован алгоритм синтеза модальной робастной системы, обеспечивающий минимальные затраты на управление. Желаемая структура мод проектируемой системы выбирается с учетом затрат, оцененных сингулярными числами грамиана затрат на управление.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ackermann J. Robust control systems with uncertain physical parameters. London: Springer-Verlag, 1993.
2. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ / В. В. Григорьев, В. Н. Дроздов, В. В. Лаврентьев, А. В. Ушаков. Л.: Машиностроение, 1983.
3. Arzelier D., Bernoussou J., Garsia G. Pole assignment of linear uncertain system in a sector via a Lyapunov-type approach // IEEE Transact. Automatic Control. 1993. Vol. 38, N 7. P. 1128—1132.
4. Chilali M., Gahinet P., Apkarian P. Robust pole placement in LMI regions // IEEE Transact. Automatic Control. 1999. Vol. 44, N 12. P. 2257—2270.
5. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем. М.: Наука, 1970.
6. Кватернаик Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977.
7. Портер У. А. Современные основания общей теории систем: Пер. с англ. М.: Наука, 1971.
8. Cavin R.K., Bhattacharyya S.P. Robust and well-conditioned eigenstructure assignment via Sylvester equation // Proc. American Control Conf. 1982. P. 1053—1057.
9. Ушаков А. В. Обобщенное модальное управление // Изв. вузов. Приборостроение. 2000. Т. 43, № 3. С. 8—15.

10. Акунов Т. А., Слита О. В., Ушаков А. В. Назначение структуры собственных векторов, доставляющей динамической системе модальную робастность минимальными управлениями // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 1. С. 6—9.
11. Игнатьев М. Б., Мироновский Л. А., Юдович В. С. Контроль и диагностика робототехнических систем. Л.: ЛИАП, 1985.
12. Никифоров В. О., Ушаков А. В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация, робастность. СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2002.
13. Акунов Т. А., Ушаков А. В. Синтез систем гарантированной модальной стабильности // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 4. С. 9—17.
14. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1973.

Сведения об авторах

- Дмитрий Сергеевич Бирюков** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: dbiryukov@list.ru
- Ольга Валерьевна Слита** — канд. техн. наук, доцент; Балтийский государственный технический университет „Военмех“, кафедра мехатроники и робототехники, Санкт-Петербург; E-mail: o-slita@yandex.ru
- Анатолий Владимирович Ушаков** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 01.07.09 г.

УДК 62.50

А. В. УШАКОВ, А. Ю. ЦВЕНТАРНЫЙ

**МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ДИНАМИЧЕСКИМИ ОДНОКАНАЛЬНЫМИ ОБЪЕКТАМИ
ПРИ СЛОЖНОМ ЭКЗОГЕННОМ СТОХАСТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

Решается задача синтеза модального управления непрерывным объектом типа „одномерный вход—выход“ в условиях сложного экзогенного стохастического воздействия на основе концепции векторно-матричного подобия проектируемой системы сформированной полиномиальной динамической модальной модели. Приводится пример.

Ключевые слова: сложное экзогенное стохастическое воздействие, динамический объект, модальное управление.

Введение. В сложившейся практике синтеза управления непрерывными объектами с целью достижения необходимых динамических свойств формируемой системы в условиях экзогенных стохастических воздействий (ЭСВ) используются три типовые модели ЭСВ [1—3].

Первая модель ЭСВ описывает стационарное в широком смысле стохастическое воздействие $w(t)$ типа „белый шум“, характеризующееся интенсивностью N и функцией ковариации $R_w(\tau) = N\delta(\tau)$, где $\delta(\tau)$ — дельта-функция Дирака. Данная модель ЭСВ является физически не реализуемой, она представляет собой математическую абстракцию, используемую в вычислительной практике при формировании аналитического описания стохастических процессов.

Вторая модель ЭСВ описывает стационарное в широком смысле стохастическое воздействие $\xi(t)$ типа „экспоненциально коррелированный“ окрашенный шум (ЭКОШ), формируемый из белого шума интенсивностью N с помощью формирующего фильтра (ФФ) первого порядка в виде аperiodического звена с сопрягающей частотой Ω_ϕ так, что дисперсия D_ξ ЭКОШ определяется выражением $D_\xi = 0,5N\Omega_\phi$ [3]. Характерным примером этого вида стохастического воздействия является силовое ветровое воздействие на конструкции широкого диапазона применения.

Третья модель ЭСВ описывает стационарное в широком смысле стохастическое воздействие $\eta(t)$ вида „окрашенный шум типа регулярная качка“ (ОШРК), формируемый из белого шума интенсивностью N с помощью формирующего фильтра второго порядка в виде колебательного звена с сопрягающей частотой Ω_k и коэффициентом демпфирования ζ так, что дисперсия D_η ОШРК определяется выражением $D_\eta = 0,25N\Omega_k\zeta^{-1}$ [3]. Характерным примером реализации этого вида воздействия является колебательное движение некоторого плавсредства при волнении водной поверхности.

Однако, системная практика применения, особенно в задачах следящего автоматического измерения деформаций больших пространственных конструкций, которые характеризуются слабым демпфированием и представляют собой колебательные звенья второго порядка, вызываемых воздействием ветра, приводит к ситуации, когда измеряемая деформация таких конструкций зависит от сложного стохастического воздействия.

В настоящей работе рассматривается задача построения отдельных каналов типа „одномерный вход—выход“ автоматической измерительной системы (АИС), функционирующей по принципу следящего преобразования деформаций, представляющей собой планарное сложное стохастическое экзогенное воздействие (СЭСВ) на входе каналов АИС с использованием возможностей модального управления. Под СЭСВ авторы понимают стационарное в широком смысле воздействие, сформированное из белого шума интенсивностью N с помощью составного ФФ, реализованного в виде последовательной цепочки из аperiodического звена первого порядка с выходным сигналом $\xi(t)$ и колебательного звена второго порядка с выходным сигналом $\eta(t)$. Это последовательное соединение аperiodического и колебательного звеньев будем именовать формирующей СЭСВ цепью (ФЦ) с размерностью $n_{ФЦ}$.

Формирование полиномиальной динамической модальной модели с желаемыми показателями при СЭСВ. В рассматриваемой задаче формируются показатели полиномиальной динамической модальной модели (ММ) с передаточной функцией „вход—выход“ (ВВ) $\Phi_{ММ}(s)$ в условиях действия на нее СЭСВ. Модель СЭСВ с передаточной функцией ВВ $\Phi_{СЭСВ}(s)$ представляет собой последовательное соединение моделей типа ЭКОШ и ОШРК соответственно с передаточными функциями (ПФ) типа $\Phi_{ЭКОШ}(s)$ и $\Phi_{ОШРК}(s)$ ВВ, задаваемое выражениями

$$\Phi_{ЭКОШ}(s) = \frac{\xi(s)}{w(s)} = \frac{\Omega_\phi}{\Omega_\phi + s}, \quad (1)$$

$$\Phi_{ОШРК}(s) = \frac{\eta(s)}{\xi(s)} = \frac{\Omega_k^2}{s^2 + 2\zeta\Omega_k s + \Omega_k^2}, \quad (2)$$

$$\Phi_{СЭСВ}(s) = \Phi_{ЭКОШ}(s)\Phi_{ОШРК}(s) = \frac{\Omega_\phi}{\Omega_\phi + s} \frac{\Omega_k^2}{s^2 + 2\zeta\Omega_k s + \Omega_k^2}. \quad (3)$$

Передаточная функция $\Phi_{\text{ММ}}(s)$ модальной модели формируется в классе передаточных функций, гарантирующих астатизм первого порядка, в параметризованной характеристической частотой ω_0 форме

$$\Phi_{\text{ММ}}(s) = \frac{y(s)}{\eta(s)} = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \frac{v_n \omega_0^n}{V(s, \omega_0)}, \quad (4)$$

здесь $y(s)$ — лапласов образ выходной переменной $y(t)$, относительно которой передаточные функции ВВ модальной модели и проектируемой системы методами модального управления совпадают; $V(s, \omega_0)$ — желаемый характеристический полином матриц состояния ММ и проектируемой системы. Отметим также, что выражение (4) позволяет при решении задачи формирования аналитических представлений показателей полиномиальной динамической ММ положить $\omega_0 = 1$ с последующим переходом в них от v_i к $v_i \omega_0^i$ ($i = \overline{1, n}$).

В постановочной форме задача решается в общем виде, инвариантном относительно конкретных распределений (Баттерворта, Ньютона и др.) мод характеристического полинома $V(s, \omega_0)$. Векторно-матричное описание ММ использует сопровождающую характеристический полином $V(s, \omega_0)$ форму представления матрицы состояния ММ. В связи с тем что порядок формирователя СЭСВ равен трем, на первом этапе решения задачи авторы ограничились порядком n ММ не выше четырех. Это вызвано трудностями вычислительного характера, так как размерность матричных компонентов, входящих в уравнение Ляпунова [3], будет достигать 7×7 , а также влиянием фактора обусловленности матричных компонентов уравнения на его решение. Тем не менее авторы полагают, что размерности, равной четырем, системы ОВВ-типа достаточно для модельного представления широкого класса проектируемых динамических систем.

При построении алгоритма формирования аналитического представления скалярных и матричных показателей как функций коэффициентов v_i ($v_i \omega_0^i$) характеристического полинома матрицы состояния ММ, а также параметров составного формирователя ЭССВ таких, как Ω_Φ , Ω_κ и ζ , используются известные результаты анализа процессов в непрерывных системах, возбуждаемых в стационарном в широком смысле СЭВ типа „белый шум“ [2—4]. Очевидно, что если между исследуемой системой, которой является ММ, и источником „белого шума“ размещается сложный формирующий фильтр, то введение в рассмотрение агрегированной системы „ФФ—ММ“ порождает задачу формирования показателей ММ при стохастическом стационарном в широком смысле СЭВ типа СЭСВ, сводящуюся к случаю экзогенного воздействия типа „белый шум“.

Следует заметить, что для придания полученным аналитическим представлениям скалярных показателей ММ в виде дисперсий ее выхода D_y и ошибки D_ε как функции характеристической частоты ω_0 ММ целесообразно перейти к относительным представлениям. В итоге, аналитические выражения между собой будут связывать относительные переменные, заданные соотношениями

$$\overline{D}_y = D_y D_\eta^{-1}; \quad \overline{D}_\varepsilon = D_\varepsilon D_\eta^{-1}; \quad \overline{\omega}_0 = \omega_0 \Omega_\kappa^{-1}; \quad \overline{\Omega}_\Phi = \Omega_\Phi \Omega_\kappa^{-1}, \quad (5)$$

где \overline{D}_y , \overline{D}_ε , $\overline{\omega}_0$, $\overline{\Omega}_\Phi$, $\overline{\Omega}_\kappa$ — соответственно относительные дисперсии выхода, ошибки, характеристическая частота, сопрягающая частота ФФ.

Ниже приведены аналитические выражения для \bar{D}_y и \bar{D}_ε для систем порядка $n_\Sigma = n_{\Phi\Pi} + n$. При $n_\Sigma = 4$ выражения для относительных дисперсий ММ принимают вид:

$$\bar{D}_y = \frac{V_1 \bar{\omega}_0 \left((V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta)(V_1 \bar{\omega}_0 + \bar{\Omega}_\Phi) + 2\zeta(2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi)^{-1} \right)}{(V_1 \bar{\omega}_0 + \bar{\Omega}_\Phi) \left(V_1^2 \bar{\omega}_0^2 + 2\zeta V_1 \bar{\omega}_0 + 1 \right)};$$

$$\bar{D}_\varepsilon = \frac{(V_1 \bar{\omega}_0 + \bar{\Omega}_\Phi) \left(V_1^2 \bar{\omega}_0^2 + 2\zeta V_1 \bar{\omega}_0 + 1 \right) - V_1 \bar{\omega}_0 \left\{ (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta)(V_1 \bar{\omega}_0 + \bar{\Omega}_\Phi) + 2\zeta(2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi)^{-1} \right\}}{(V_1 \bar{\omega}_0 + \bar{\Omega}_\Phi) \left(V_1^2 \bar{\omega}_0^2 + 2\zeta V_1 \bar{\omega}_0 + 1 \right)}.$$

При $n_\Sigma = 5$ для этих же дисперсий получаем представление

$$\bar{D}_y = \frac{\left[\begin{array}{l} 2\zeta V_1 \bar{\omega}_0 (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi) \left(V_2 \bar{\omega}_0^2 \left\{ 1 - V_2 \bar{\omega}_0^2 - 2\zeta(V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \right\} + \right. \\ \left. + \left\{ V_2 \bar{\omega}_0^2 - 1 - V_1 \bar{\omega}_0 (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \right\} \right) \\ V_2 \bar{\omega}_0^2 \left\{ (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta)(2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi) \left(V_2 \bar{\omega}_0^2 + V_1 \bar{\omega}_0 \bar{\Omega}_\Phi + \bar{\Omega}_\Phi^2 \right) + \right. \\ \left. + 2\zeta \bar{\Omega}_\Phi - 2\zeta V_2 \bar{\omega}_0^2 (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi) \right\} \\ \times \left(V_1 \bar{\omega}_0 \left\{ 2\zeta(V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) + V_2 \bar{\omega}_0^2 - 1 \right\} + (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \right) \end{array} \right]}{V_1 \bar{\omega}_0 (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \left(V_2 \bar{\omega}_0^2 + V_1 \bar{\omega}_0 \bar{\Omega}_\Phi + \bar{\Omega}_\Phi^2 \right) (2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi) \times} \\ \times \left(V_2 \bar{\omega}_0^2 \left\{ 1 - V_2 \bar{\omega}_0^2 - 2\zeta(V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \right\} + \left\{ V_2 \bar{\omega}_0^2 - 1 - V_1 \bar{\omega}_0 (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \right\} \right);$$

$$\bar{D}_\varepsilon = \frac{\left[\begin{array}{l} V_1 \bar{\omega}_0 \left\{ (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta)(2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi) \left(V_2 \bar{\omega}_0^2 + V_1 \bar{\omega}_0 \bar{\Omega}_\Phi + \bar{\Omega}_\Phi^2 \right) - \right. \\ \left. - 2\zeta V_2 \bar{\omega}_0^2 (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi) \right\} \\ \times \left\{ V_2 \bar{\omega}_0^2 \left(1 - V_2 \bar{\omega}_0^2 - 2\zeta(V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \right) + \left(V_2 \bar{\omega}_0^2 - 1 - V_1 \bar{\omega}_0 (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \right) \right\} \\ + V_2 \bar{\omega}_0^2 \left\{ V_1 \bar{\omega}_0 \left(2\zeta(V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) + V_2 \bar{\omega}_0^2 - 1 \right) - (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta) \right\} \\ \times \left\{ (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta)(2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi) \left(V_2 \bar{\omega}_0^2 + V_1 \bar{\omega}_0 \bar{\Omega}_\Phi + \bar{\Omega}_\Phi^2 \right) + \right. \\ \left. + 2\zeta \bar{\Omega}_\Phi - 2\zeta V_2 \bar{\omega}_0^2 (V_1 \bar{\omega}_0 + 2\zeta + \bar{\Omega}_\Phi) \right\} \end{array} \right]}{V_1 \omega_0 (V_1 \omega_0 + 2\zeta \Omega_\kappa) (2\zeta \Omega_\kappa + \Omega_\Phi) \left(V_2 \omega_0^2 + V_1 \omega_0 \Omega_\Phi + \Omega_\Phi^2 \right) \times} \\ \times \left(V_2 \omega_0^2 \left\{ \Omega_\kappa^2 - V_2 \omega_0^2 - 2\zeta \Omega_\kappa (V_1 \omega_0 + 2\zeta \Omega_\kappa) \right\} + \Omega_\kappa^2 \left\{ V_2 \omega_0^2 - \Omega_\kappa^2 - V_1 \omega_0 (V_1 \omega_0 + 2\zeta \Omega_\kappa) \right\} \right)$$

Примеры конкретной реализации коэффициентов V_i характеристических полиномов матрицы состояния ММ для трех наиболее часто используемых распределений мод приведены в таблице.

Тип распределения мод	n	Коэффициенты		
		V_1	V_2	V_3
Распределение Баттерворта	1	1	—	—
	2	1,414	1	—
	3	2	2	1
Распределение Ньютона	1	1	—	—
	2	2	1	—
	3	3	3	1
Модифицированное распределение Ньютона	1	1	—	—
	2	$\nu+2$	$\nu+1$	—
	3	$2\nu^2+5\nu+2$	$2\nu^2+6\nu+3$	$2\nu^2+3\nu+1$

Модифицируемое распределение мод Ньютона (см. таблицу) записывается в форме

$$D(\lambda) = D(\lambda, \omega_0, \nu) = \prod_{i=0}^{n-1} (\lambda + \omega_0 (1 + i\nu)), \nu > 0.$$

Основной результат. Полученные выше аналитические выражения для относительных значений дисперсий ошибки и выходной переменной формируемой ММ позволяют предложить следующий алгоритм синтеза МУ динамическими объектами ОВВ-типа.

Алгоритм

1. Сформировать модель формирующей цепи в виде последовательного соединения звеньев, описываемых выражениями (1), (2) и характеризующихся параметрами ζ , Ω_k и Ω_ϕ . Задать абсолютное значение дисперсии D_η СЭСВ проектируемой системы.

2. Сформировать требования к показателям качества проектируемой системы в переходном и установившемся (воспроизведения или парирования СЭСВ) режимах. В зависимости от постановки указанных задач сформировать требования к абсолютным значениям дисперсий $D_\varepsilon \leq D_{\varepsilon R}$ ошибки и выхода $D_y \leq D_{yR}$, осуществить переход к их относительным аналогам $\bar{D}_\varepsilon \leq \bar{D}_{\varepsilon R}$ и $\bar{D}_y \leq \bar{D}_{yR}$. Сформировать ММ заданного порядка n , для чего принять требуемое распределение мод и выбрать значения коэффициентов $V_i (i = \overline{1, n})$ характеристического полинома матрицы состояния ММ (см. таблицу).

3. Оценить значение относительной характеристической частоты $\bar{\omega}_0$ в зависимости от задачи из условия

$$\bar{\omega}_0 = \arg \left\{ \bar{D}_\varepsilon (n, \bar{\omega}_0, \zeta, \bar{\Omega}_\phi, \bar{\Omega}_k) \leq \bar{D}_{\varepsilon R} \right\} \vee \arg \left\{ \bar{D}_y (n, \bar{\omega}_0, \zeta, \bar{\Omega}_\phi, \bar{\Omega}_k) \leq \bar{D}_{yR} \right\}.$$

4. Сформировать абсолютное значение характеристической частоты $\omega_0 = \bar{\omega}_0 \Omega_k$.

5. Сформировать характеристический полином матрицы состояния ММ в форме

$$D(s, \omega_0) = s^n + \sum_{i=1}^n \nu_i \omega_0^i s^{n-i}.$$

6. Сформировать $(n \times n)$ -матрицу Γ состояния модальной модели с характеристическим полиномом

$$\det(sI - \Gamma) = D(s, \omega_0) = s^n + \sum_{i=1}^n \nu_i \omega_0^i s^{n-i}$$

в одном из канонических базисов.

7. Построить векторно-матричное (A, B, C) -представление объекта управления $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$; $y(t) = Cx(t)$, где x, u, y — соответственно векторы состояния, управления и выхода; A, B, C — соответственно матрицы состояния, управления и выхода ОУ, (A, B) — полностью управляемая пара, (A, C) — полностью наблюдаемая.

8. Завершить формирование ММ с парой матриц (Γ, H) , где $\Gamma = \Gamma(\Omega_\phi, \Omega_k, \zeta, \omega_0)$, $H = \arg\{\text{observ}(\Gamma, H) \& \dim(H) = \dim(B^T)\}$.

9. В предположении о справедливости гипотезы о непосредственной измеримости экзогенного воздействия $g(t) = \eta(t)$ и вектора состояния $x(t)$ сформировать сигнал управления в виде $u(t) = K_g g(t) - Kx(t)$, где матрицы K, K_g вычислить в соответствии с соотношениями

$$K = HM^{-1}, \quad M = \arg\{M\Gamma - AM = -BH\},$$

$$K_g = \arg\{-CM\Gamma^{-1}M^{-1}BK_g = I\} = -(CM\Gamma^{-1}M^{-1}B)^{-1}.$$

10. Построить векторно-матричное (F, G, C) -описание проектируемой системы $\dot{x}(t) = Fx(t) + Gg(t)$; $y(t) = Cx(t)$; $\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$, где g, ε — соответственно вектор экзогенного воздействия и ошибка его воспроизведения, $F = A - BK$, $G = BK_g$.

11. Отказаться от гипотезы о непосредственной измеримости $g(t) = \eta(t)$, воспользоваться измеримостью вектора ошибки $\varepsilon(t)$ для формирования сигнала управления в форме $u(t) = K_\varepsilon \varepsilon(t) - K_x x(t)$, где $K_\varepsilon = K_g$, $K_x = K - K_g C$.

12. Провести комплексное компьютерное исследование спроектированной системы управления в среде компьютерного моделирования MatLab Simulink.

Заключение. Предложенная схема формирующей цепи универсальна, так устремление Ω_k и Ω_ϕ к бесконечности приводит к первому случаю формирования СЭВ, устремление только Ω_k к бесконечности — ко второму, а устремление только Ω_ϕ к бесконечности — к третьему случаю, тем самым с помощью полученных аналитических выражений для относительных значений дисперсии выхода \bar{D}_y и ошибки \bar{D}_ε при указанных переходах достигается целый класс решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. СПб: Изд-во „Профессия“, 2003.
2. Дэвис М. Х. А. Линейное оценивание и стохастическое управление / Пер. с англ.; под ред. А. Н. Ширяева. М.: Наука, 1984.
3. Кватернак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления: Пер с англ. М.: Мир, 1977.
4. Дударенко Н. А., Слита О. В., Ушаков А. В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: Учеб. пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2008.

Сведения об авторах

- Анатолий Владимирович Ушаков* — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru
- Артём Юрьевич Центарный* — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: Taifun@nm.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

А. Б. БУШУЕВ, Е. Г. ИСАЕВА, С. Н. МОРОЗОВ, С. А. ЧЕПИНСКИЙ

УПРАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ МНОГОКАНАЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Синтезирован алгоритм управления движением по заданным траекториям многоканальных объектов относительно гладких кривых пространства выходных переменных на основе метода преобразования координат и динамических свойств подвижного базиса поверхности. Приводятся примеры движения вдоль плоских типовых траекторий (прямой, окружности).

Ключевые слова: движение многоканальных объектов по траектории, метод преобразования координат, синтез алгоритма управления.

Введение. Развитие робототехники связано с реализацией нетривиальных движений автономного робота, находящегося в сложном окружении. Действия многозвенного манипулятора должны быть одновременно подчинены внешним требованиям, связанным с текущим состоянием окружающей среды и с имеющейся в распоряжении визуальной или контактной информацией о взаимодействии с объектами ближайшего окружения.

Движение динамической системы вдоль кривых, гиперповерхностей и других нетривиальных геометрических объектов (подмногообразий) обеспечивает достижение целого ряда полезных свойств проектируемой системы: оптимизацию процессов управления, компенсацию влияния внешних возмущений, робастные свойства системы, декомпозицию модели и согласование выходных переменных [1, 2].

Настоящая статья посвящена вопросам управления движением по траектории двузвенного маятника и трехзвенного манипулятора с вращательными парами в случаях, когда цель управления формулируется заданием аналитического описания кривой и желаемой динамики продольного движения в пространстве выходных переменных системы. Рассматриваемая проблема может быть отнесена к частным задачам стабилизации систем относительно нетривиальных пространственных объектов (аттракторов) или задачам согласования выходных переменных многоканальных динамических систем.

Модели механизмов и постановка задачи. Рассмотрим динамику трехзвенного манипулятора (рис. 1), описываемого в пространстве обобщенных координат уравнением типа Лагранжа:

$$\dot{q} = \omega, \quad A(q)\dot{\omega} + b(q, \omega) + c(q) = u, \quad (1)$$

где $q = (q_1, q_2, q_3)$ — вектор обобщенных координат, $u = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор управляющих моментов, развиваемых приводами манипулятора. Допустим, что все звенья имеют одинаковую массу и длину: $m_1 = m_2 = m_3 = m$, $L_1 = L_2 = L_3 = L$ [3, 4].

Динамика двузвенного маятника (рис. 2) описывается уравнением (1), где $q = (q_1, q_2)$, $u = (u_1, 0)$, $L_1 = L_2 = L$.

В декартовом пространстве R^2 положение последнего звена характеризуется вектором $y=(y_1, y_2)$ и определяется уравнением:

$$y=h(q). \tag{2}$$

Уравнения (1), (2) описывают механизм как многосвязный нелинейный объект управления с выходными переменными y , переменными состояния q, ω и управляющим воздействием u .

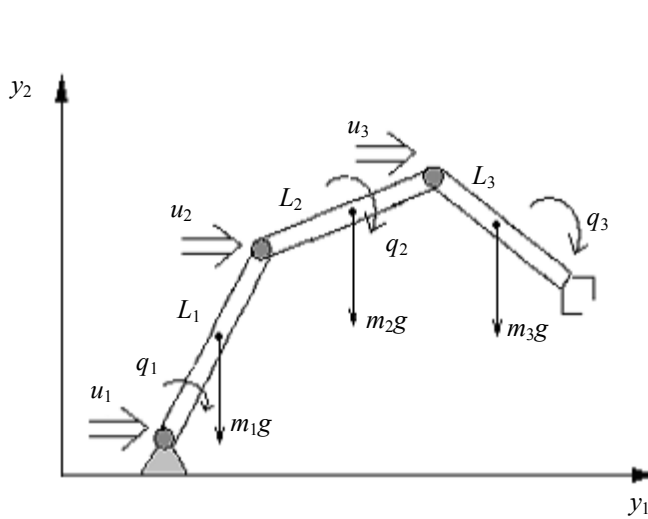


Рис. 1

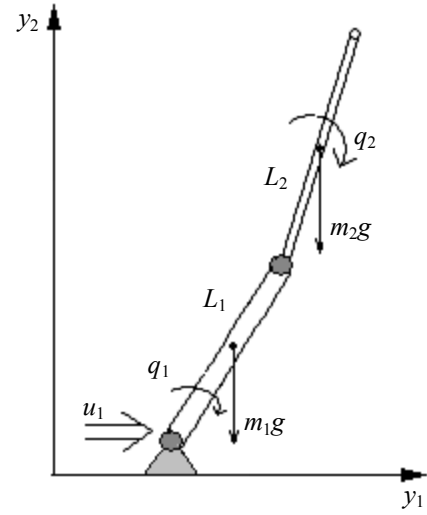


Рис. 2

Рассмотрим движение конечного звена многосвязного механизма. Пусть желаемая траектория S (рис. 3, здесь e — ортогональное отклонение от траектории, y^* — текущая координата конечного звена механизма) определяется выражением

$$\varphi(y)=0, \tag{3}$$

а длина пути (продольное перемещение) находится как

$$s=\psi(y). \tag{4}$$

Нужный режим изменения продольной переменной $s(t)$ может быть задан с помощью воздействия $s_d(t)$.

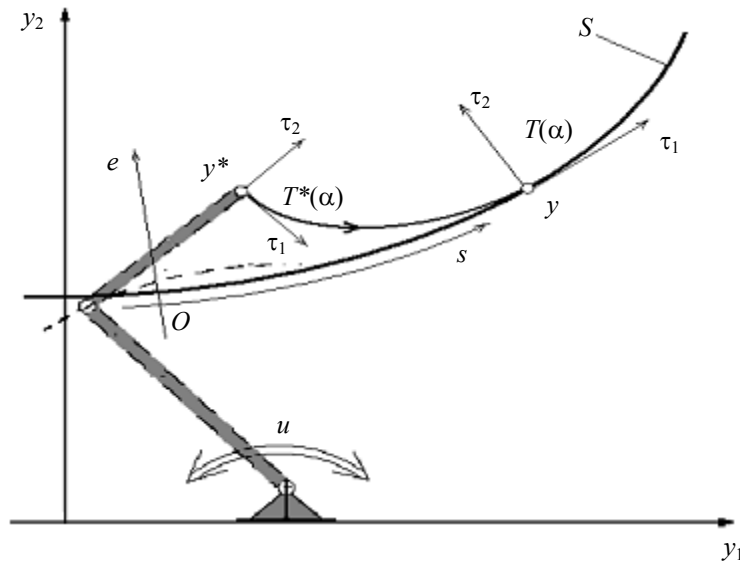


Рис. 3

Предполагается, что функции φ и ψ — гладкие и выбраны таким образом, что при $y \in S$ матрица Якоби

$$T^* = \begin{vmatrix} \tau_1^T \\ \tau_2^T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \partial\psi / \partial y \\ \partial\varphi / \partial y \end{vmatrix} \quad (5)$$

ортогональна. Матрица T^* определяет связанный с траекторией подвижный базис, в котором τ_1 является касательным вектором, а τ_2 — ортогональным.

Основная задача управления движением механизма по заданной траектории формулируется с помощью голономных соотношений (условий координации) декартовых координат конечного звена y , которые должны выполняться в процессе его движения и вводятся уравнением (3).

Введем в рассмотрение задачно-ориентированные координаты, представленные продольной переменной s (4) и ортогональным отклонением конечной точки от кривой, заданной выражением (3):

$$e = \varphi(y). \quad (6)$$

Тогда задача управления сводится к стабилизации движения робота, при котором

$$s = s_d(t), \quad e \equiv 0, \quad \delta = 0, \quad (7)$$

где e — ортогональное отклонение конечной точки звена механизма от кривой; δ — угловые отклонения конечного звена.

Тождество $e(t) \equiv 0$ соответствует желаемому поведению системы, когда ее траектория $y(t)$ целиком лежит на заданной желаемой траектории S^* . Достижение асимптотической устойчивости такого движения является основной задачей управления. Другая задача касается управления продольной динамикой системы $s(t)$. При этом в примере с двузвенным маятником возможность управления продольным движением отсутствует, что и определяет основные особенности управления малоприводными механизмами [5, 6].

Исходя из этого общую задачу управления движением по заданной траектории, представленную (7), можно разбить на две самостоятельные задачи обеспечения:

— желаемой продольной динамики, т.е. поддержания заданного закона изменения переменной $s(t)$;

— локальной аттрактивности S , т.е. для траекторий, начинающихся вне желаемой кривой S , необходимо обеспечить приближение конечного звена механизма к S , т.е. $e \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Анализ динамики и синтез управления. Общая процедура построения алгоритма управления движением по заданной траектории включает в себя следующие этапы:

— преобразование описания модели объекта управления с помощью вектора обобщенных координат к декартовым координатам;

— переход от декартовых координат к задачно-ориентированным: s (длина пути) и e ;

— введение в рассмотрение новых задачно-ориентированных входных переменных u_s (f_s — в случае с маятником) и u_e ;

— синтез регулятора, решающего указанную выше задачу.

Продифференцировав по времени уравнение (2), можно отыскать связи декартовых и обобщенных скоростей в виде

$$\dot{y} = C_q(q)\dot{q}, \quad (8)$$

где $C_q(q) = H(q) = \partial h / \partial q$.

Преобразование к задачно-ориентированным координатам осуществим, продифференцировав (4), (6):

$$\begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = T^* \dot{y}. \quad (9)$$

Свойство 1. Для $y \in S$ матрица Якоби T^* (5) удовлетворяет уравнению типа Френе [5]

$$\dot{T}^* = \dot{s} \xi E T^*, \quad (10)$$

где ξ — кривизна траектории, заданной выражением (3), $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \in S$.

Подставив уравнение (8) в (9), получим

$$\begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = T^* C_q \dot{q}. \quad (11)$$

Продифференцировав (9) и используя свойство 1, можно доказать следующее положение.

Свойство 2. В малой окрестности установившегося решения $s = s_d(t)$, $e = 0$ система (1), (2) принимает вид

$$\begin{vmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{vmatrix} - \dot{s} \xi E \begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = T^* \left[\dot{C}_q \dot{q} + C_q A(q)^{-1} (-b(q, \dot{q}) - c(q) + u) \right]. \quad (12)$$

Введем в рассмотрение задачно-ориентированные управления u_s и u_e и выберем закон управления в виде [7]

$$u = b(q, \dot{q}) + c(q) + A C_q^{-1} \left[-\dot{C}_q \dot{q} + \tilde{u} \right], \quad (13)$$

где \tilde{u} — вектор пространственного управления, определяемый как

$$\tilde{u} = T^{*-1} \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} = T^* \left[\dot{C}_q \dot{q} + C_q A(q)^{-1} (-b(q, \dot{q}) - c(q) + u) \right]. \quad (15)$$

Получаем слабосвязанные модели продольного движения и траекторных ошибок

$$\begin{vmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{vmatrix} - \dot{s} \xi E \begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} \quad (16)$$

или раздельно

$$\ddot{s} = \xi(s) \dot{s} \dot{e} + u_s, \quad (17)$$

$$\ddot{e} = \dot{s}^2 \xi(s) + u_e. \quad (18)$$

Для того чтобы стабилизировать решение (3), сигналы управления u_e и u_s вырабатываются регуляторами [8]

$$P_1: u_e = (\dot{s})^2 \xi - k_{e1} \dot{e} - k_{e2} e, \quad P_2: u_s = k_{s1} \Delta \dot{s} + k_{s2} \Delta s, \quad (19)$$

где $\Delta s = s_d - s$ — продольная ошибка.

Выбор коэффициентов усиления k_{e1} , k_{e2} , k_{s1} , k_{s2} осуществляется из условия асимптотической устойчивости модели (17), (18), что обеспечивает точность и желаемые динамические показатели движения по заданной траектории.

Общий алгоритм управления роботом находится из уравнения (15) и принимает вид

$$u = b(q, \dot{q}) + c(q) + A(q) C_q^{-1} \left[-\dot{C}_q \dot{q} + T^{*T} \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} \right]. \quad (20)$$

Результаты моделирования. Синтезирована система управления механизмом при его движении по заданной прямой S :

$$S: \cos \alpha y_1 + \sin \alpha y_2 + \psi_0 = 0, \quad (21)$$

где $\alpha = -0,785$, $\psi_0 = 4,5$.

Синтезирована система управления механизмом при его движении по отрезку окружности S с радиусом R :

$$S: \frac{1}{2R} (R^2 - \Delta y_1^2 - \Delta y_2^2) = 0, \quad (22)$$

где $\Delta y_1 = y_1 - y_{01}$, $\Delta y_2 = y_2 - y_{02}$, y_{01}, y_{02} — координаты центра окружности, $R = 2,4$.

Трехзвенный манипулятор. Результаты моделирования движения трехзвенного робота-манипулятора по заданной прямой S приведены на рис. 4.

На рис. 5 представлены результаты моделирования системы при ее движении из различных начальных положений.

Результаты моделирования движения трехзвенного робота-манипулятора по отрезку заданной окружности приведены на рис. 6.

На рис. 7 представлены результаты моделирования системы при ее движении из различных начальных положений.

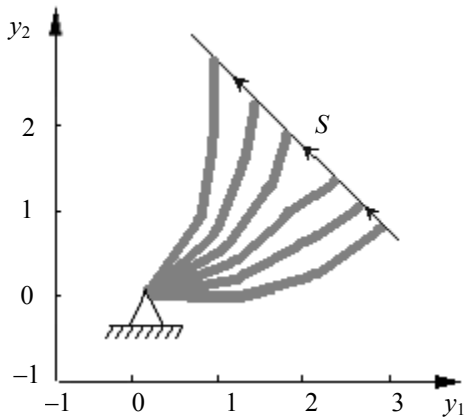


Рис. 4

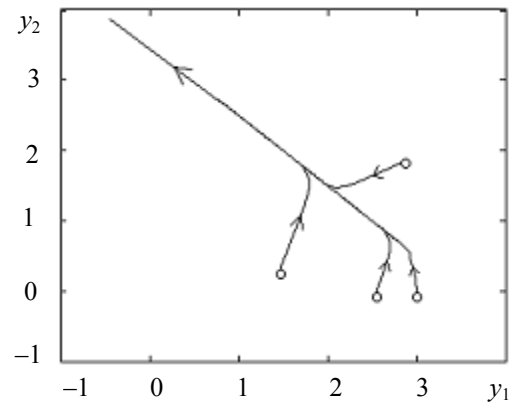


Рис. 5

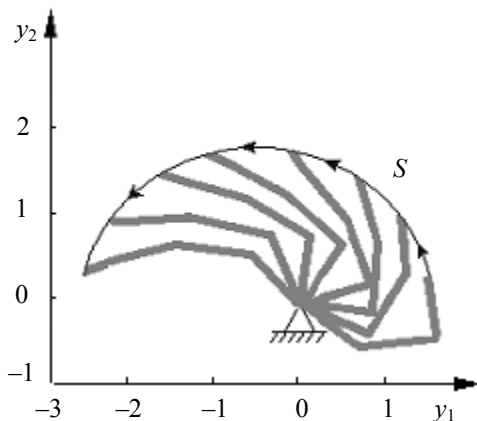


Рис. 6

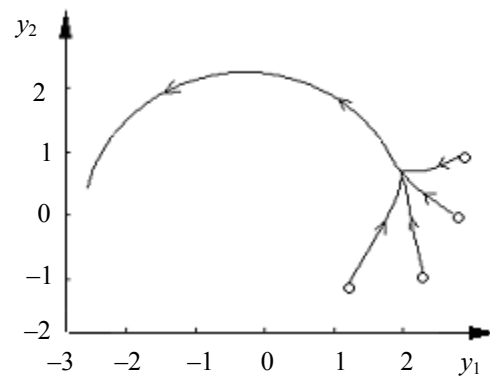


Рис. 7

Двухзвенный маятник. Результаты моделирования движения двухзвенного маятника по заданной прямой приведены на рис. 8 (α — угловое отклонение от заданной прямой).

Результаты моделирования движения двухзвенного маятника по заданной окружности приведены на рис. 9.

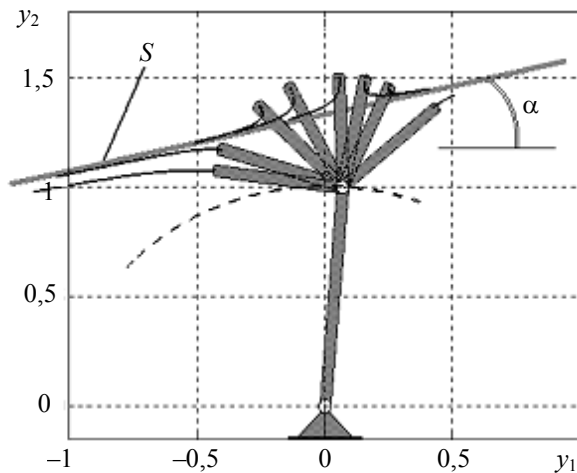


Рис. 8

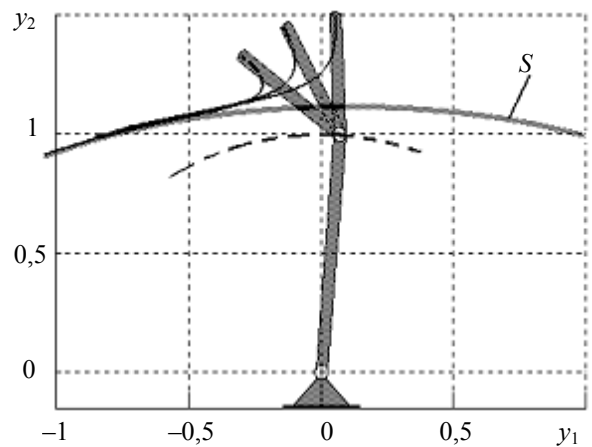


Рис. 9

При этом в случае двухзвенного маятника возможность управления продольным движением отсутствует, что и определяет основные особенности данной задачи.

Результаты моделирования рассмотренных систем для различных начальных положений звеньев показывают хорошую сходимость траекторий к заданным траекториям и асимптотическую устойчивость систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-3486.2009.8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Miroshnik I. V. and Nikiforov V. O. Trajectory motion control and coordination of multilink robots // 13th IFAC World Congress. San-Francisco, 1996. Vol. A. P.361—366.
2. Miroshnik I. V. Attractors and partial stability of nonlinear dynamical systems // 5th IFAC Symp. on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01). St. Petersburg, 2001. Vol. 3. P. 848—853.
3. Miroshnik I. V., Chepinsky S. A. Trajectory control of underactuated mechanisms // 2nd IFAC Conf. on Mechatronic Systems. Berkley, 2002. P. 46—51.
4. Chepinsky S. A. Trajectory control system for two-link underactuated mechanisms // 9th Int. Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). St. Petersburg, 2002. P. 15—19.
5. Miroshnik I. V., Chepinsky S. A. Trajectory motion control of underactuated manipulators // 7th IFAC Symp. on Robot Control. Wroclaw, Poland, 2003. P. 78—82.
6. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000.
7. Мирошник И. В., Чепинский С. А. Управление многозвенными кинематическими механизмами // Науч.-технич. вестн. СПбГИТМО (ТУ). Вып. 3. Физические процессы, системы и технологии точной механики. 2002. С. 144—149.
8. Мирошник И. В., Чепинский С. А. Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции // Науч.-технич. вестн. СПбГИТМО. Вып. 14. Информационные технологии, вычислительные и управляющие системы. 2004. С. 5—10.

Сведения об авторах

Александр Борисович Бушуев

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: bushuev@inbox.ru

- Елена Геннадьевна Исаева** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: isaeva_elen@inbox.ru
- Сергей Николаевич Морозов** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sirozha_86@mail.ru
- Сергей Алексеевич Чепинский** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: chepinsky_s@hotmail.com

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

УДК 681.5(045)

Р. А. АЛЕКСЕЕВ, Ю. П. КОТЕЛЬНИКОВ

ФОРМИРОВАНИЕ ЗАДАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ДВИЖЕНИЕ ДВУНОГОГО ШАГАЮЩЕГО РОБОТА В САГИТТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Рассматривается задача синтеза комфортного движения корпуса двуногого робота путем задания в декартовых координатах программных траекторий таза и стоп и предлагается аналитический подход к получению задающих воздействий на приводы исполнительного механизма.

Ключевые слова: кинематическая цепь, комфортное движение, программные траектории, прямая и обратная задачи кинематики, центр инерции.

Введение. Для программирования движений двуногого шагающего робота (ДШР) необходимо задать либо согласованные (в смысле физической реализуемости кинематической схемой) траектории всех звеньев механизма в обобщенных координатах [1], либо программные траектории некоторых звеньев механизма в декартовых координатах [2—5]. Вычисление на их основе задающих воздействий (ЗВ) на приводы исполнительного механизма (ИМ) составляет обратную задачу кинематики (ОЗК), решение которой неоднозначно для механизмов с числом звеньев более одного [4, 6—9].

В настоящей работе предложено аналитическое решение ОЗК методом разделения ее на составляющие частные ОЗК двузвенных механизмов (двузвенников), для которых известен закон движения в декартовых координатах, с последующим нахождением ЗВ по теореме косинуса для треугольников, образованных этими двузвенниками.

Постановка задачи. Для заданного ДШР, кинематическая схема которого приведена на рис. 1, необходимо обеспечить движение таза в сагиттальной плоскости. Рассмотрим решение поставленной задачи для случая, когда в декартовых координатах заданы программные движения корпуса и маховой стопы, по которым следует определить программные задающие воздействия на приводы ИМ, обеспечивающие движение таза на высоте $h_0(t)$ над опорной поверхностью со скоростью $V(t)$, в частности, комфортное движение таза, если значения h_0 и V постоянны.

Фазы и параметры движения ДШР. Пусть движение ДШР [3, 10, 11] включает следующие четыре фазы (см. рис. 1, здесь и далее на рисунках правая нога обозначена сплошной линией, левая — штриховой):

- А (одноопорная) — перемещение корпуса и правой ноги с опорой на левую;
- Б (двухопорная) — перенос тяжести корпуса с левой ноги на правую ногу с опорой на обе;
- В (одноопорная) — перемещение корпуса и левой ноги с опорой на правую;
- Г (двухопорная) — перенос тяжести корпуса с правой ноги на левую с опорой на обе

ноги.

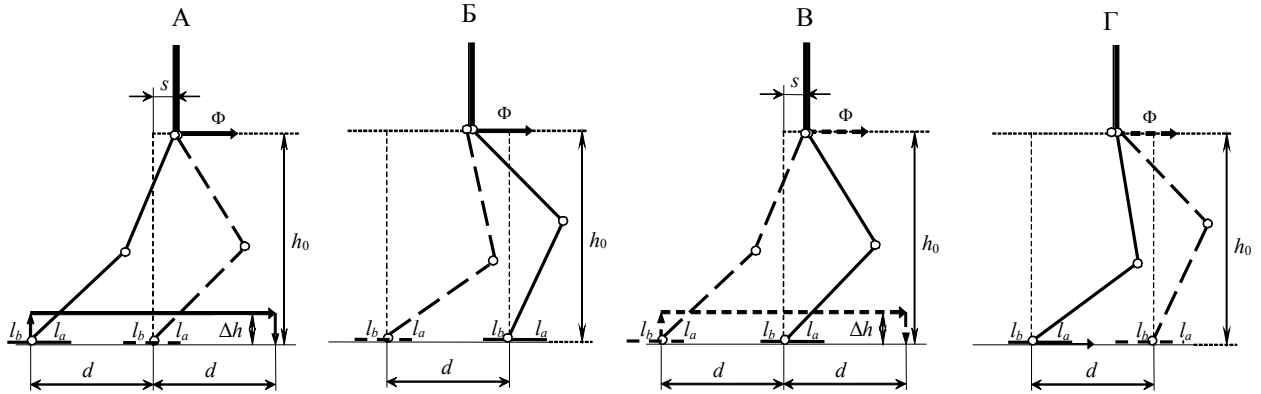


Рис. 1

Параметрами, определяющими походку робота, являются: $\Phi(x(t), y(t))$ — траектория движения таза, $\Phi_{п}(x(t), y(t))$, $\Phi_{л}(x(t), y(t))$ — траектории движения правой и левой стоп соответственно, h_0 — желаемая высота движения таза, Δh — максимальная высота подъема стопы над опорной поверхностью, d — длина одного шага, l_a — длина носочной части стопы (от голеностопа до носка), l_b — длина пяточной части стопы (от голеностопа до пятки), s — начальный фазовый сдвиг таза (относительно голеностопа) [4, 7, 8].

Траектория корпуса параллельна опорной поверхности, а из возможного разнообразия траекторий стоп рассмотрим следующие два вида (рис. 2, сплошными линиями показаны траектории (правой стопы и таза) при шаге правой ногой, пунктиром — траектории (левой стопы и таза) при шаге левой ногой): П-образная траектория (рис. 2, а), содержащая последовательный подъем (подфазы А₁/В₁), перенос (подфазы А₂/В₂) и опускание (подфазы А₃/В₃) стопы, и Л-образная (рис. 2, б) траектория с дуговой верхней частью, совмещающая подъем (А₁/В₁) и опускание (А₃/В₃) с переносом (А₂/В₂).

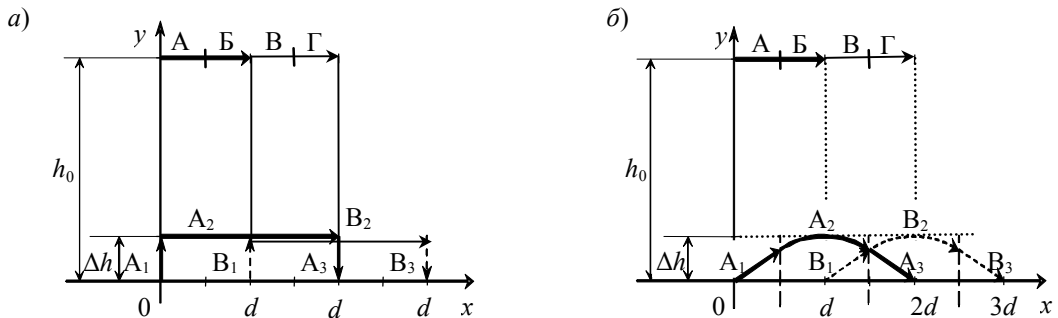


Рис. 2

Системы координат. Для математического описания ДШР [6, 12] введены (рис. 3) декартовы системы координат: $O_{0п}x_{0п}y_{0п}$ (далее — СК_п), связанная с правой стопой ДШР (рис. 3, а), $O_0x_0y_0$ (далее — СК), связанная с корпусом ДШР (рис. 3, б), $O_{0л}x_{0л}y_{0л}$ (далее — СК_л), связанная с левой стопой ДШР (рис. 3, в).

СК_п позволяет рассматривать ИМ в фазах А и Б, а СК_л — в фазах В и Г. Векторы обобщенных координат $\Theta' = [\theta'_1 \theta'_2 \theta'_3 \theta'_4 \theta'_5 \theta'_6]^T$ однозначно определяют в СК_п или СК_л как расположение отдельных звеньев (корпуса, бедер, голени, стоп), так и конфигурацию ДШР в целом (здесь и далее штрихом обозначается принадлежность системы координат к одной из стоп ДШР). СК введена для пересчета обобщенных координат из СК_п и СК_л с целью получения

вектора $\Theta = [\theta_{1л} \theta_{1п} \theta_{2л} \theta_{2п} \theta_{3л} \theta_{3п}]^T$, определяющего относительные углы поворота звеньев. Координаты в СК однозначно определяют положение механизма при условии, что одна из стоп (опорная) прилегает к опорной поверхности.

Обобщенные координаты в СК однозначно можно получить [3, 10, 11], используя следующие выражения из СК_л:

$$\theta_{3л} = \pi - \theta'_{1л}, \theta_{2л} = -\theta'_{2л}, \theta_{1л} = -\theta'_{3л}, \theta_0 = \theta'_{1л} + \theta'_{2л} + \theta'_{3л} - \pi, \theta_{1п} = \theta'_{4л} - \pi, \theta_{2п} = \theta'_{5л}, \theta_{3п} = \theta'_{6л}$$

или из СК_п:

$$\theta_{3п} = \pi - \theta'_{1п}, \theta_{2п} = -\theta'_{2п}, \theta_{1п} = -\theta'_{3п}, \theta_0 = \theta'_{1п} + \theta'_{2п} + \theta'_{3п} - \pi, \theta_{1л} = \theta'_{4п} - \pi, \theta_{2л} = \theta'_{5п}, \theta_{3л} = \theta'_{6п}.$$

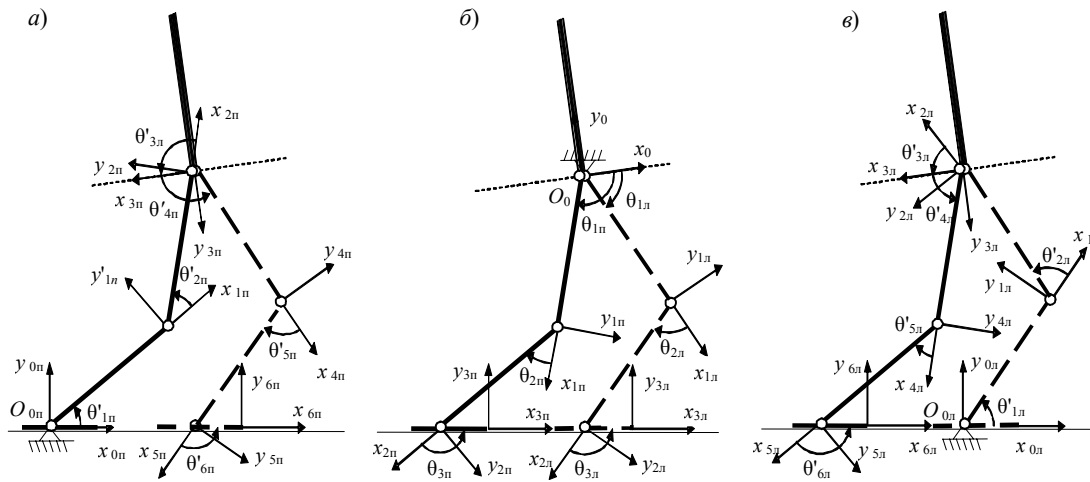


Рис. 3

Условие кинематической реализуемости походки ДШР. Программное движение корпуса, бедер, голени и стоп при заданной кинематической схеме и параметрах ДШР возможно только в случае, если выполняются условия кинематической реализуемости походки. Исходя из геометрических параметров ИМ и параметров ходьбы ДШР получено кинематическое условие реализуемости походки:

$$(d+s)^2 + h_0^2 \leq (l_b + l_r)^2, \quad (1)$$

где l_b и l_r — длина бедра и голени БШР соответственно. Обращение неравенства (1) в равенство при фиксированных s и h_0 позволяет определить наибольшую длину шага (d_{\max}):

$$d_{\max} = \sqrt{(l_b + l_r)^2 - h_0^2} - s.$$

Условие отсутствия неуправляемого движения. Потребуем, чтобы походка ДШР в сагиттальной плоскости была устойчивой, т.е. чтобы во всех фазах движения стопа опорной ноги не отрывалась носком или пяткой от опорной поверхности под действием моментов сил тяжести звеньев. В противном случае ДШР будет совершать неуправляемое движение, обусловленное моментами сил тяжести звеньев, действующих относительно точки O'_0 — начала координат опорной ноги, которые можно определить как

$$M_i = \sum_{k=i}^6 \left(G_k \left(\sum_{n=i}^{k-1} \left(l_n \cos \left(\sum_{j=1}^n \theta_j \right) \right) + \rho_k \cos \left(\sum_{j=1}^k \theta_j \right) \right) \right), \quad (2)$$

где G_k — вес k -го звена, l_k — расстояние от k -го сочленения до $(k+1)$ -го сочленения, ρ_k — расстояние от k -го сочленения до центра масс k -го звена, θ_j — угол поворота j -го звена относительно $(j-1)$ -го звена.

Как известно, во всех фазах движения [4, 8] существует центр инерции, в проекции которого на опорную поверхность совокупная реакция последней уравнивает все силы тяжести звеньев ИМ:

$$R_{\Sigma} = \sum_{i=0}^6 G_i .$$

Из уравнения баланса моментов относительно точки O'

$$R_{\Sigma} x_{\text{ци}} = \sum_{i=0}^6 M_i$$

можно определить $x_{\text{ци}}$ — продольную координату центра инерции.

Условием отсутствия неуправляемого движения ДШР (см. рис. 1) под действием статических моментов (2) является невыход проекции центра инерции в одноопорных фазах движения за пределы опорной стопы $l_b \leq x_{\text{ци}} \leq l_a$, а в двухопорных фазах движения за пределы обеих стоп и промежутка между ними $l_b \leq x_{\text{ци}} \leq d + l_a$. Тогда на стыках фаз можно записать условия устойчивого отрыва стопы

$$l_b \leq x_{\text{ци}} \tag{3a}$$

и устойчивой постановки стопы

$$x_{\text{ци}} \leq l_a . \tag{3б}$$

Полученные условия (1) и (3) должны быть выполнены при расчете программных траекторий движения ДШР.

Расчет программных траекторий в декартовых координатах. Движение ДШР с заданной траекторией таза определяется траекториями движения ног. В работе рассматривается решение поставленной задачи путем задания желаемых траекторий таза и стоп в декартовых координатах с последующим определением желаемых обобщенных координат через ОЗК. Для выработки желаемых траекторий движения стоп и таза (обозначены „звездочкой“) необходимо формировать для шага правой ногой (фазы А—Б) траектории правой стопы $(x_{5\text{п}}^*(t), y_{5\text{п}}^*(t))$ и таза $(x_{2\text{л}}^*(t), y_{2\text{л}}^*(t))$ в СК_л, а для шага левой ногой (фазы В—Г) траектории левой стопы $(x_{5\text{п}}^*(t), y_{5\text{п}}^*(t))$ и таза $(x_{2\text{п}}^*(t), y_{2\text{п}}^*(t))$ в СК_п. Дополнительным условием при ходьбе является поддержание перемещаемой стопы всегда в горизонтальном положении, что соответствует выполнению условия $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 = 2\pi$.

Основной результат. Решение ОЗК и исходное положение робота. По заданным желаемым траекториям таза и маховой стопы ДШР при неподвижной опорной стопе требуется определить задающие воздействия на шесть приводов ИМ, т. е. $\theta_{\text{ин}}(t)$ и $\theta_{\text{ин}}(t)$ при $i = 1, 2, 3$. Задача упрощается, если из СК_п или СК_л перейти в СК и получить желаемые траектории голенистопопов $(x_{2\text{п}}^*(t), y_{2\text{п}}^*(t))$, $(x_{2\text{л}}^*(t), y_{2\text{л}}^*(t))$ относительно начала координат O_0 (таза ДШР). Таким образом, ОЗК для всего робота распадается на две независимые локальные ОЗК для двухзвенников (правой и левой ног). Используя теорему косинуса для треугольников $O_0O_1O_2$ и $O_3O_4O_5$, можно получить ЗВ на приводы ДШР (желаемые углы взаимной ориентации звеньев):

$$\theta_1^* = -\arccos \frac{x_2^*(l_1 + l_2 \cos \theta_2^*) + y_2^* l_2 \sin \theta_2^*}{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2^*} ,$$

$$\theta_2^* = -\arccos \frac{l_1^2 + l_2^2 - x_2^{*2} + y_2^{*2}}{2l_1 l_2} , \quad \theta_3^* = -\theta_1^* - \theta_2^* .$$

Отметим, что знак минус перед функцией аркосинуса соответствует движениям „коленом вперед“, это снимает неоднозначность решения ОЗК. Решение ОЗК при желаемом исходном положении робота позволяет получить обобщенные координаты исходного положения, которые предварительно должны быть заложены в исследуемую симуляционную модель ИМ.

В работе исследовано движение ДШР (см. рис. 2) с постоянной скоростью горизонтального движения таза V и трапецеидальной линейной скоростью стоп.

Полученные в результате компьютерного моделирования с помощью MatLab-Simulink программные траектории обобщенных координат, обеспечивающие комфортное движение ДШР, приведены на рис. 4 (а — П-образная траектория стоп, б — Л-образная траектория стоп со скругленной вершиной). Здесь программные обобщенные координаты для ИМ приводов обозначены следующим образом: „квадрат“ — $\theta_{1П}^*$ (правый тазобедренный), „треугольник“ — $\theta_{2П}^*$ (правый коленный), „круг“ — $\theta_{1Л}^*$ (левый тазобедренный), „ромб“ — $\theta_{2Л}^*$ (левый коленный). Из рис. 4 видна гладкость задающих воздействий.

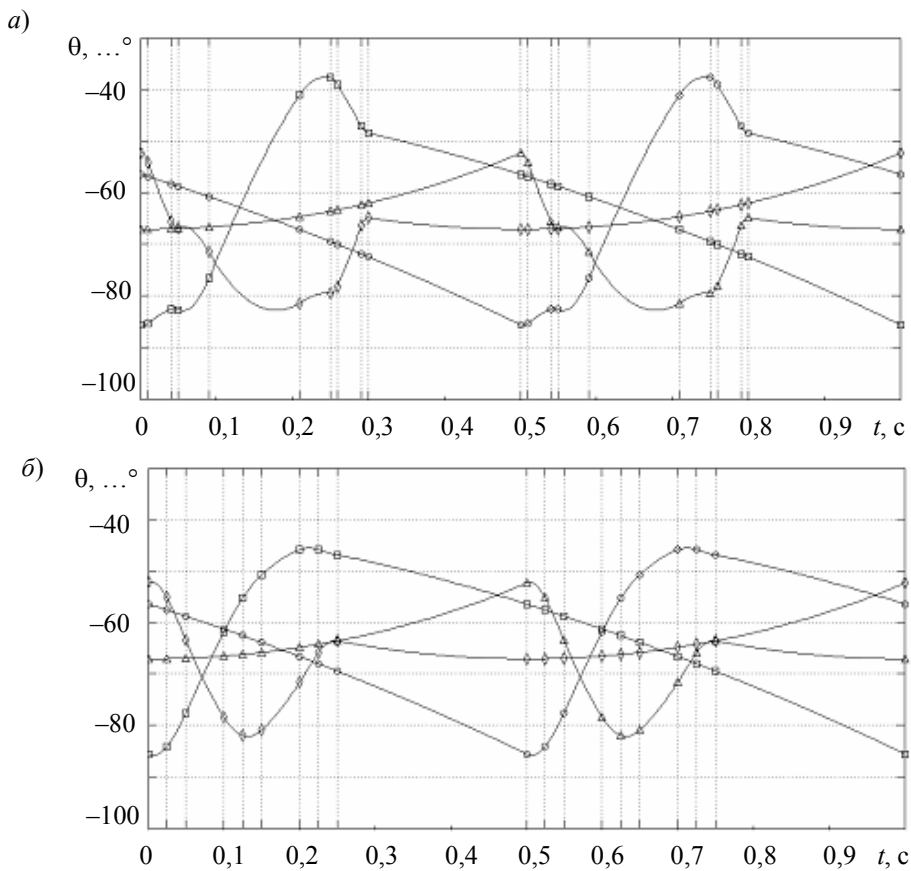


Рис. 4

Анализ графиков желаемых траекторий относительного движения звеньев показал, что изменения обобщенных координат могут быть описаны полиномами времени не выше второго порядка. Следовательно, приводы отдельных степеней подвижности должны обладать астатизмом по отношению ко входному воздействию как минимум третьего порядка. Тогда в точке постановки стопы на опорную плоскость будет обеспечена нулевая ошибка позиционирования.

Заключение. В работе приведены аналитические выражения для определения программных траекторий движения таза и стоп в декартовых координатах и получения затем на их основе задающих воздействий на приводы ДШР. Рассмотрены разные виды программных траекторий корпуса и стоп ДШР, обеспечивающих комфортное движение корпуса робота. Про-

веден анализ полученных при этом задающих воздействий. Даны рекомендации по синтезу системы управления локальными приводами исполнительного механизма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Формальский А. М.* Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982.
2. *Белецкий В. В., Бербюк В. Е.* Нелинейная модель двуногого шагающего аппарата, снабженного управляемыми стопами. М.: Наука, 1982.
3. *Алексеев Р. А., Котельников Ю. П.* Расчет задающих воздействий для двуногого робота // Межвуз. сб. Проблемы машиноведения и машиностроения. СПб: СЗГУ, 2007. Вып. 37. С. 147—155.
4. *Белецкий В. В.* Двуногая ходьба: Модельные задачи динамики и управления. М.: Наука, 1984.
5. *Бербюк В. Е.* Динамика и оптимизация робототехнических систем. Киев: Наукова думка, 1989.
6. *Медведев В. С., Лесков А. Г., Ющенко А. С.* Системы управления манипуляционных роботов. М.: Наука, 1978.
7. *Чигарев А. В., Михасев Г. И.* Биомеханика: Учеб. пособие. Минск: УП Технопринт, 2004.
8. *Вукобратович М. К.* Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. М.: Мир, 1976.
9. *Fujimoto Yasutaka, Obata Satoshi, Kawamura Atsuo.* Robust Biped Walking with Active Interaction Control between Foot and Ground // Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. Leuven, Belgium, 1998. P. 2030—2035.
10. *Алексеев Р. А., Мирошник И. В.* Разработка алгоритма ходьбы двуногого робота // Науч.-технич. вестн. СПбГУ ИТМО. 2006. Вып. 28. С. 123—132.
11. *Алексеев Р. А.* Моделирование циклических процессов при передвижении двуногого робота // Науч.-технич. вестн. СПбГУ ИТМО. 2006. Вып. 33. С. 35—47.
12. *Chevallereau C., Abba G., Aoustin Y., Plestan F., Westervelt E. R., Canudas-de-Wit C. and Grizzle J. W.* RABBIT: A Testbed for Advanced Control Theory // IEEE Control Systems Magazine. 2003. Vol. 23, N 5. P. 57—79.

Сведения об авторах

- Ростислав Александрович Алексеев** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: RostAlexeev@yandex.ru
- Юрий Петрович Котельников** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: Kotel@mail.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

Н. А. ДУДАРЕНКО, М. В. ПОЛЯКОВА, А. В. УШАКОВ

КОНСТРУИРОВАНИЕ ВЕЩЕСТВЕННОЗНАЧНОЙ КРИТЕРИАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ ДЛЯ ОДНОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Рассматривается проблема контроля вырождения динамической системы типа „многомерный вход—многомерный выход“. Решение задачи базируется на конструировании инструментария контроля вырождения критериальной матрицы.

Ключевые слова: динамическая система, функционал, критериальная матрица, матричная геометрическая прогрессия.

Введение. Сложная динамическая система типа „многомерный вход—многомерный выход“ (МВМВ) в математической постановке ее функционирования реализует линейный (локально линейный) оператор (ЛО), отображающий пространство целевых намерений в пространство осуществляемых реализаций, при этом размерности этих пространств полагаются равными.

В математической постановке линейный оператор оказывается вырожденным [1], если его ранг становится меньше размерности указанных пространств. Множество причин может привести к вырождению ЛО сложной динамической системы МВМВ-типа. Система может вырождаться, когда из ее состава выпадает некоторый функциональный элемент, в результате система становится функционально неполной. Как следствие, сокращается размерность пространства осуществляемых реализаций. Причины вырождения могут носить организационный характер, когда формируемые целевые намерения неудачно распределяются по входам сложной динамической системы. Вырождаться могут системы вследствие параметрической неопределенности, когда не должным образом организованы связи между каналами системы МВМВ-типа, когда неправильно назначены по знаку и величине коэффициенты передачи этих связей, когда неудачно сформированы полосы пропускания каналов.

Технология контроля вырождения. Для построения технологии контроля вырождения в соответствии с математическим определением вырождения необходимо представить сложную динамическую систему МВМВ-типа в виде линейной алгебраической задачи (ЛАЗ), матрица которой задает оператор, отображающий пространство целевых намерений в пространство осуществляемых реализаций

$$\eta(w) = N(w, \theta)\chi(w), \quad (1)$$

где $N(w, \theta)$ — $(m \times m)$ -матрица для любых w , θ ; $\eta(w)$, $\chi(w)$ — p -мерные векторы, θ — p -мерный параметр, изменяющий алгебраические свойства матрицы N .

Инструмент контроля вырождения построен на спектре сингулярных чисел α_j , функционалов J_v ($v = \overline{1, m}$) с использованием предложенной ЛАЗ (1). Для контроля вырождения воспользуемся функционалами J_v , которые строятся на спектре

$$\sigma_\alpha \{N\} = \left\{ \alpha_j = \left| \mu_j^{1/2} \right| : \mu_i : \det(\mu I - N^T N) = 0 : j = \overline{1, m} \right\} \quad (2)$$

сингулярных чисел α_j ($j = \overline{1, m}$) критериальной матрицы N и в силу соотношений

$$J_v \{N\} = \alpha_v \{N\} / \alpha_1 \{N\}; \quad v = \overline{m, 1}. \quad (3)$$

Воспользуемся сингулярным разложением матрицы N (SVD-процедурой) [1, 2]:

$$N = U_N \Sigma_N V_N^T, \tag{4}$$

$$N V_{Nj} = \alpha_j U_{Nj}, \quad j = \overline{1, p}. \tag{5}$$

Векторно-матричное соотношение (5) придает исходной линейной алгебраической задаче (1) геометрический смысл такой, что вектор $\chi = V_{Nj}$ ($j = \overline{1, p}$) отражается в подпространство, натянутое на j -й элемент U_{Nj} левого сингулярного базиса U_N так, что соответствующий ему вектор имеет норму, равную α_j . Тогда задача контроля вырождения формализуется как оценка перехода критериальной матрицы N из сферы, расположенной в пространстве, натянутом на векторы χ , в эллипсоид, натянутый на левый сингулярный базис U_N с размерами полуосей, совпадающими с сингулярными числами матрицы N .

При $J=1$ (см. (3)), матрица N вырождается, т.е. происходит „сплющивание“ этого эллипсоида вдоль его p -й полуоси, т.е. вдоль p -го левого сингулярного вектора U_{Np} . Нетрудно видеть, что если параметр θ изменяет матрицу $N(\theta)$ таким образом, что последовательно, начиная с α_p , принимают нулевые значения остальные $(p-1)$ сингулярных чисел, кроме α_1 , то в пространстве, натянутом на левый сингулярный базис, будет наблюдаться последовательное „сплющивание“ эллипсоида вдоль векторов $U_{Np}, U_{Np-1}, \dots, U_{N2}$. В итоге сфера отобразится в отрезок прямой.

Функционалы J_v используются для количественной оценки вырождения, они конструируются на спектре сингулярных чисел α_j критериальной матрицы системы.

Свойство 1. Функционалы J_v критериальной матрицы N обладают свойством

$$0 \leq J_v \{N\} \leq 1; \quad v = \overline{1, m}. \tag{6}$$

Свойство 2. Функционалы J_v не зависят от умножения критериальной матрицы N на скаляр α , в общем случае параметризованный неким параметром γ , так что $\alpha = \alpha(\gamma)$, что представимо в форме

$$J_{Gv} \{ \alpha(\gamma) [N] \} = J_{Gv} \{ [N] \} = J_{Gv}; \quad v = \overline{1, m}. \tag{7}$$

Свойство 3. Функционалы J_v критериальной матрицы N не зависят от умножения критериальной матрицы слева или справа на ортогональную матрицу.

Свойство 4. Глобальный функционал J_G критериальной матрицы N совпадает с величиной, обратной числу $C\{N\}$ обусловленности этой матрицы

$$C\{N\} = \| \{N\} \| \| \{N^{-1}\} \|, \tag{8}$$

если в (8) использованы спектральные нормы матриц, так что выполняется равенство

$$J[N] = C^{-1}[N] = \alpha_m / \alpha_1. \tag{9}$$

Свойство 5. Для глобального функционала J_G прямой матрицы N и обратной ей N^{-1} выполняется соотношение

$$J_G(N) = J_G(N^{-1}). \tag{10}$$

Основной результат. Формирование вещественнозначной критериальной матрицы на основе разложения резолвенты. Для сведения системы МВМВ-типа к ЛАЗ вида (1) воспользуемся аппаратом передаточных матриц, выделив из него передаточную матрицу $\Phi(s)$ отношения „вход—выход“, задаваемую в форме

$$\Phi(s) = \arg \{y(s) = \Phi(s)g(s)\}. \quad (11)$$

Соотношение (11) задает ЛАЗ в виде (1) и связывает реализации комплекснозначных векторов входа $g(s)$ и выхода $y(s)$. Для конструирования вещественнозначной версии ЛАЗ, а следовательно и вещественнозначной критериальной матрицы, ограничимся установившимся значением векторного экзогенного воздействия, установившимся значением вектора скорости этого воздействия и вектора ускорения этого воздействия. Тогда для установившегося значения вектора выхода системы МВМВ-типа оказывается справедливым представление

$$y_{уст}(t) = K_0 g(t) + K_1 \dot{g}(t) + K_2 \ddot{g}(t) + \dots + K_l g^{(l)}(t), \quad (12)$$

$K_0, K_1, K_2, \dots, K_l$ — матричные коэффициенты, связывающие вектор установившегося значения выхода с векторами производных соответствующих порядков экзогенного воздействия. Нетрудно видеть, что выражение (12) содержит $l+1$ критериальную матрицу (для физически реализуемых систем $l+1=3$). Задача исследования вырождения сложной динамической системы МВМВ-типа, порожаемая установившимся значением $g(t)$, установившимся значением скорости его изменения и установившимся значением ускорения, будет решена, если исследователь получит аналитическое представление этих матричных коэффициентов как функции структурных моделей компонентов систем. При этом исследователь получит отдельные критериальные матрицы, имеющие вещественнозначные представления.

Для вычисления введенных матричных коэффициентов $K_l (l=0, 1, 2, \dots)$ воспользуемся разложением резолвенты, входящей в состав аналитического представления передаточной функции $\Phi(s)$ системы МВМВ-типа, задаваемой с помощью векторно-матричного описания аппарата метода пространства состояния [4, 5]

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Eg(t); x(0) = x(t)|_{t=0} \quad y(t) = Cx(t) + Dg(t). \quad (13)$$

Произведем над выражениями (12) и (13) аналитические преобразования. Для этого к (12) применим преобразование Лапласа, в результате чего получим

$$y_{уст}(s) = (K_0 + K_1 s + K_2 s^2 + \dots) g(s). \quad (14)$$

В свою очередь, применение преобразования Лапласа к выражению (13) позволяет сформировать выражение для передаточной функции $\Phi(s)$ системы МВМВ-типа в форме

$$\Phi(s) = C(sI - F)^{-1} E + D. \quad (15)$$

Очевидно, подстановка выражения (15) в соотношение (11), примененная для случая установившегося режима, позволяет записать

$$y_{уст}(s) = \{C(sI - F)^{-1} E + D\} g(s). \quad (16)$$

Из сравнения выражений (14) и (16) видно, что задача конструирования матричных коэффициентов $K_l (l=0, 1, 2, \dots)$, являющихся отдельными критериальными матрицами, будет решена, если в (16) удастся разложить резолвенту $(sI - F)^{-1}$ по положительным степеням

комплексной переменной s . Для этого, осуществляя преобразование, приведем резолвенту $(sI - F)^{-1}$ к виду

$$\begin{aligned} (sI - F)^{-1} &= -(F - sI)^{-1} = -\left[(F - sI)^{-1} \right] = -\left[(F - sI)^{-1} \right] = \\ &= -\left[(sI - F^{-1})F \right]^{-1} = -F^{-1} (I - sF^{-1})^{-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

Представление (17) резолвенты позволяет записать ее в мультипликативной форме матрицы F^{-1} и суммы членов матричной геометрической прогрессии с показателем sF^{-1}

$$(I - sF^{-1})^{-1} = -F^{-1} (I + sF^{-1} + s^2 F^{-2} + \dots + s^p F^{-p}) = -F^{-1} - sF^{-2} - s^2 F^{-3} - \dots - s^p F^{-p}. \quad (18)$$

Воспользуемся соотношением (18) для представления выражения (16) по положительным степеням s , тогда получим

$$y_{уст}(s) = \left((I + CF^{-1}E + D) + CF^{-2}Es + CF^{-3}Es^2 + \dots + CF^{-p+1}Es^{p-1} \right) g(s). \quad (19)$$

Сравнение выражений (19) и (14) позволяет получить представления матричных коэффициентов K_l в форме

$$K_0 = (I + CF^{-1}E + D); \quad K_l = CF^{-(l+1)}E \quad (l=1, 2, \dots). \quad (20)$$

Нетрудно видеть, что матричные коэффициенты вида (20) представляют собой искомые вещественнозначные критериальные матрицы семейства линейных алгебраических задач вида

$$y_l_{уст}(t) = K_l g^{(l)}(t); \quad l=0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

сложной динамической системы МВМВ-типа, связывающие l -й компонент $y_{l_{уст}}(t)$ значения вектора выхода $y_{уст}(t)$ с установившимися значениями вектора скорости изменения внешнего воздействия $g(t)$, установившимся значением вектора его ускорения и остальных высших производных.

Заключение. Полученное семейство вещественнозначных критериальных матриц позволяет для случая установившегося режима функционирования сложной системы МВМВ-типа, который наиболее характерен для решения задач исследования вырождения, оценивать покомпонентно влияние скорости, ускорения и прочих высших производных на возможность вырождения системы указанного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дударенко Н. А., Слита О. В., Ушаков А. В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: Учеб. пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2008.
2. Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Контроль вырождения сложных динамических систем созидательного типа с антропокомпонентами // Науч.-технич. вестн. СПбГУ ИТМО. Вып. 55. Управление, моделирование, информационная безопасность. 2008. С. 25—30.
3. Бочков А. Л., Дударенко Н. А., Ушаков А. В. Синтез многомерных функционально вырожденных динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 1. С. 25—29.
4. Акунов Т. А., Ушаков А. В. Синтез систем гарантированной модальной стабильности // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 4. С. 9—17.
5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. СПб: Профессия, 2007.
6. Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Достаточные алгебраические условия обобщенной синхронизируемости многоканальных динамических объектов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 5. С. 17—20.

Сведения об авторах

- Наталья Александровна Дударенко** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: dudarenko@yandex.ru
- Майя Вячеславовна Полякова** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: 12noch@mail.ru
- Анатолий Владимирович Ушаков** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

УДК 62.50

Н. А. ДУДАРЕНКО, М. В. ПОЛЯКОВА, А. В. УШАКОВ

ВЫРОЖДЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ВЫЗВАННОЕ УСТАЛОСТЬЮ ЕЕ АНТРОПОКОМПОНЕНТОВ

Рассматривается проблема контроля вырождения производственной динамической системы, вызванного фактором усталости ее антропокомпонентов. Решение задачи основано на формировании критериальной матрицы динамической системы типа „многомерный вход—многомерный выход“.

Ключевые слова: оценка вырождения, критериальная матрица, усталость антропокомпонентов.

Введение. При исследовании производственной динамической системы можно выделить следующие типы вырождения: функциональное, системное и физическое (материальное). Система многомерного управления (СМУ) типа „многомерный вход—многомерный выход“ (МВМВ) функционально оказывается вырожденной вследствие необходимости работы агрегатных компонентов, ее образующих, как единое целое [1]. Примером являются системы, работающие по бескладовой технологии производства сложной продукции (по принципу конвейера). Системное вырождение комплексов МВМВ-типа вызывается неправильным распределением заявок по входам системы [2], неправильным согласованием их динамики с динамикой отдельных каналов, а также неудачно назначенными связями между последними. Физическое вырождение происходит в условиях нормального функционирования технологического оборудования системы МВМВ-типа вследствие смены технологии, влияния экономических факторов, приводящих к снятию заявок на обслуживание и др. [2].

В настоящей работе рассматривается функциональное вырождение системы. Поскольку проблема конструирования инструментария контроля вырождения рассмотрена в работе [2], в настоящей статье основное внимание сосредоточено на конструировании критериальной матрицы с учетом специфики формирования заявок на рабочий день для технологических (производственных, станочных) операторов (рабочих, антропокомпонентов), причем в качестве причины возможного вырождения принимается фактор их усталости. Проблема решается для случая, когда целевые намерения, реализуемые в форме производственного задания на рабочую смену, принадлежат классу конечномерных экзогенных задающих воздействий.

Формирование критериальной матрицы для динамической непрерывной системы при конечномерном экзогенном воздействии. Алгоритм контроля вырождения. Сложную динамическую систему МВМВ-типа зададим ее векторно-матричным описанием [4, 5]

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gg(t); \quad x(0) = x(t)|_{t=0}; \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где x, g, y — векторы состояния источника конечномерного задающего воздействия (ИКЗВ) выхода соответственно: $x \in R^n$; $g, y \in R^m$; F, G, C — соответственно матрицы состояния системы, ее входа и выхода объекта, согласованные по размерностям с размерностями векторов x, g и y так, что $F \in R^{n \times n}$, $G, C^T \in R^{n \times m}$.

ИКЗВ может быть представлен следующим образом:

$$\dot{z}(t) = Ez(t); \quad z(0) = z(t)|_{t=0}; \quad g(t) = Pz(t), \quad (2)$$

где $z \in R^l$ — вектор состояния $E \in R^{l \times l}$ матрицы F и $P \in R^{m \times l}$ — выхода ИКЗВ. Размерность ИКЗВ выбирается минимальной

$$g(t) = Pz(t), \quad (3)$$

где $z(t) = e^{Et} z(0)$.

Утверждение 1. Если матрицы динамической системы МВМВ-типа (1) и ИКЗВ (2) связаны матричным уравнением Сильвестра (T — матрица преобразования подобия) [6, 7]

$$TE - FT = GP, \quad (4)$$

то решение системы (1) может быть представлено в форме

$$x(t) = e^{Ft} x(0) + (Te^{Et} - e^{Ft} T)z(0), \quad (5)$$

$$y(t) = Cx(t) = Ce^{Ft} x(0) + C(Te^{Et} - e^{Ft} T)z(0). \quad (6)$$

Доказательство. Объединив выражения (1) и (2) в агрегированную систему вида

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{F}\tilde{x}(t); \quad \tilde{x}(0) = \text{col}\{x(0), z(0)\}; \quad x(t) = \tilde{C}_x \tilde{x}(t); \quad y(t) = \tilde{C}_y \tilde{x}(t), \quad (7)$$

где

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} F & GP \\ 0 & E \end{bmatrix}; \quad \tilde{C}_x = [I_{n \times n} \quad 0_{n \times l}]; \quad \tilde{C}_y = [C \quad 0_{m \times l}], \quad (8)$$

для переменных $x(t)$ и $y(t)$ системы (1) на основе представления (2) можно записать

$$x(t) = \tilde{C}_x e^{\tilde{F}t} \tilde{x}(0); \quad y(t) = \tilde{C}_y e^{\tilde{F}t} \tilde{x}(0); \quad \tilde{x}(0) = \tilde{x}(0)|_{t=0}. \quad (9)$$

При вычислении матричной экспоненты $e^{\tilde{F}t}$ запишем матрицу \tilde{F} (8) в форме

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} F & TE - FT \\ 0 & E \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Если записать матричную экспоненту $e^{\tilde{F}t}$ в виде матричного степенного ряда

$$e^{\tilde{F}t} = I + \tilde{F}t + \frac{1}{2!} \tilde{F}^2 t^2 + \frac{1}{3!} \tilde{F}^3 t^3 + \dots + \frac{1}{p!} \tilde{F}^p t^p, \quad (11)$$

в котором для степеней матрицы \tilde{F} с учетом (10) можно записать

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{F} &= \begin{bmatrix} F & TE-FT \\ 0 & E \end{bmatrix}; \\
 \tilde{F}^2 = \tilde{F}\tilde{F} &= \begin{bmatrix} F & TE-FT \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F & TE-FT \\ 0 & E \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} F^2 & FTE-F^2T+TE^2-FTE \\ 0 & E^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F & TE-FT \\ 0 & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^2 & TE^2-F^2T \\ 0 & E^2 \end{bmatrix}; \\
 \tilde{F}^3 = \tilde{F}^2\tilde{F} &= \begin{bmatrix} F^2 & TE^2-F^2T \\ 0 & E^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F & TE-FT \\ 0 & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^3 & TG^3-F^3T \\ 0 & G^3 \end{bmatrix}; \\
 \vdots & \\
 \tilde{F}^p = \tilde{F}^{p-1}\tilde{F} &= \begin{bmatrix} F^{p-1} & TE^{p-1}-F^{p-1}T \\ 0 & E^{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F & TE-FT \\ 0 & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^p & TE^p-F^pT \\ 0 & E^p \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Подстановка (11) в матричный степенной ряд (10) позволяет представить матричную экспоненту $e^{\tilde{F}t}$ в форме

$$e^{\tilde{F}t} = \begin{bmatrix} e^{Ft} & Te^{Et} - e^{Ft}T \\ 0 & e^{Et} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$x_y(t) = Tz(t). \quad (14)$$

Матрица T является матрицей подобия установившейся составляющей вектора состояния системы МВМВ-типа (1) вектору состояния ИЗКВ.

Рассмотрим подробнее решение (6)

$$y(t) = Cx(t) = Ce^{Ft}x(0) + C(Te^{Et} - e^{Ft}T)z(0). \quad (15)$$

Оно содержит все компоненты движения системы по выходу: свободное $y_{\text{св}}(t)$ и вынужденное $y_{\text{в}}(t)$ движения, переходное движение $y_{\text{п}}(t)$ и движение $y_{\text{у}}(t)$ в установившемся режиме:

$$\left. \begin{aligned}
 y_{\text{св}}(t) &= Ce^{Ft}x(0) = N_{\text{св}}(t)x(0), \\
 y_{\text{в}}(t) &= C(Te^{Et} - e^{Ft}T)z(0) = N_{\text{в}}(t)z(0), \\
 y_{\text{п}}(t) &= -Ce^{Ft}Tz(0) = N_{\text{п}}(t)z(0), \\
 y_{\text{у}}(t) &= CTe^{Et}z(0) = N_{\text{у}}(t)z(0).
 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Соотношения (16) являются основой для конструирования банка критериальных, параметризованных временем, матриц. Конкретное представление критериальной матрицы определяется моделью системы МВМВ-типа (1), видом экзогенного задающего воздействия, определяющего пару матриц (E, P) и, как следствие — получаем решение матричного уравнения Сильвестра (4) в виде матрицы T . Конкретный выбор критериальной матрицы из системы (16) определяется предметом исследования.

**АЛГОРИТМ
контроля вырождения динамической системы
при конечномерном экзогенном воздействии (А1)**

1. Задать $\{F, G, C\}$ -представление динамической системы (1) МВМВ-типа.
2. Задать $\{E, P, z(0)\}$ -представление ИКЗВ (2).
3. Задать допустимое значение J_d функционала J [2].
4. Задать допустимое время наступления (фиксации факта) вырождения t_d .
5. Сформировать критериальную матрицу в одной из форм (16).
6. При моделировании в MatLab с зафиксировать реальное время t наступления вырождения.
7. При нарушении неравенства $t \geq t_d$ перейти к п. 1 алгоритма и произвести модификацию матриц G, F, C .
8. Зафиксировать результат, выйти из алгоритма, передать информацию аналитику.

Модель производственного участка как сложной динамической системы МВМВ-типа и контроль ее вырождения. Модель производственного участка может быть представлена динамической системой с m станочными операторами (рабочими, антропокомпонентами), объединенными в бригаду и выполняющими однотипные операции. Ежедневное производственное задание (ПЗ) бригаде представляет собой вектор

$$g(t) = g_0 = \text{col} \{g_{0j} = \text{const}; j = \overline{1, m}\}. \quad (17)$$

Предположим, что производительность труда j -го рабочего устанавливается на максимальном уровне $v_{\max j}$ по нарастающему экспоненциальному закону

$$v_j(t) = v_{\max j} \left(1 - e^{-\alpha_{1j}t}\right), \quad (18)$$

где α_{1j} — постоянная нарастания производительности труда.

Падение производительности труда станочного оператора вследствие усталости в течение рабочей смены снижается по спадающему экспоненциальному закону

$$v_j(t) = v_{\max j} e^{-\alpha_{2j}t}. \quad (19)$$

где α_{2j} — постоянная уставания антропокомпонента.

Правило остановки производственного процесса в момент $t = t_{sj}$ j -го рабочего зададим следующим образом:

$$t_{sj} = \min \left\{ t = t_n \vee t_j = \arg \left\{ \int_0^{t_j} v_j(t) dt = g_{0j} \right\} \right\}, \quad (20)$$

где t_n — нормированная продолжительность рабочей смены, t_j — время выполнения j -м рабочим дневного ПЗ g_{0j} . В модели j -го рабочего все параметры — интервальные числа (использованы их медианные составляющие).

В динамической модели антропокомпонента присутствует интегрирующее звено, связывающее выходную продукцию рабочего и его производительность труда $v_j(t)$, а выполнение производственного задания характеризуется наличием единичной отрицательной обратной связи.

**АЛГОРИТМ
формирования модельного представления производственной системы
как динамической системы МВМВ-типа (А2)**

1. Сформировать передаточную функцию „вход—выход“

$$\Phi_j(s) = y_j(s)/g_j(s) = \frac{W_j(s)}{1+W_j(s)}, \quad W_j(s) = \frac{K_{jj}s}{(s+\alpha_{1j})(s+\alpha_{2j})}; \quad j = \overline{1, m}$$

j -го рабочего, опираясь на соотношения (16), (17).

2. Сформировать передаточную матрицу „вход—выход“

$$\Phi(s) = \text{diag} \{ \Phi_j(s); j = \overline{1, m} \}$$

всей бригады, дополнив ее возможными перекрестными связями, не предусмотренными технологией выполнения ПЗ.

3. Построить динамическую модель бригады в форме (1) с матрицами F, G, C .

Критериальная матрица есть матрица отношения „вход—выход“, описывающая вынужденное движение системы

$$y_b(t) = C(Te^{Et} - e^{Ft}T)z(0) \quad (21)$$

ИКВВ в форме (17) характеризуется нулевой матрицей состояния так, что выполняется условие

$$E = 0. \quad (22)$$

Учитывая (22) в (4), получим выражение относительно матрицы T

$$T = -F^{-1}GP. \quad (23)$$

Подставив в (21) условие (22), а затем (23), получим

$$y_b(t) = C(Te^{Et} - e^{Ft}T)z(0) = C(I - e^{Ft})Tz(0) = C(e^{Ft} - I)F^{-1}GPz(0). \quad (24)$$

Если в (24) учесть, что $Pz(0) = g(0)$, то критериальную матрицу можно записать

$$N(t) = C(e^{Ft} - I)F^{-1}G. \quad (25)$$

Алгоритм 1 для критериальной матрицы (24) позволяет решить проблемы вырождения производственной динамической системы, порождаемой фактором усталости ее антропокомпонентов.

Заключение. Полученные в работе результаты пока носят технологический характер. Формирование численных оценок процессов вырождения производственных систем [4] алгоритмическими средствами предлагаемой технологии требует знания численных значений системных параметров хотя бы в интервальном представлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Достаточные алгебраические условия обобщенной синхронизируемости многоканальных динамических объектов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 5. С. 17—20.
2. Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Конструирование вещественнозначной критериальной матрицы для одноканальной системы // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 11. С. 62—66.
3. Ребрин Ю. И. Основы экономики и управления производством. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005.
4. Бочков А. Л., Дударенко Н. А., Ушаков А. В. Синтез многомерных функционально вырожденных динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 1. С. 25—29.
5. Акунов Т. А., Ушаков А. В. Синтез систем гарантированной модальной стабильности // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 4. С. 9—17.

6. Дударенко Н. А., Слита О. В., Ушаков А. В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: Учеб. пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2008.
7. Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Контроль вырождения сложных динамических систем соиздательного типа с антропокомпонентами // Науч.-технич. вестн. СПбГУ ИТМО. Вып. 55. Управление, моделирование, информационная безопасность. 2008. 138 с.

Сведения об авторах

- Наталья Александровна Дударенко** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: dudarenko@yandex.ru
- Майя Вячеславовна Полякова** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: 12noch@mail.ru
- Анатолий Владимирович Ушаков** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

Н. А. Дударенко, О. С. Нуйя-Осипцева, А. В. Ушаков, М. И. Филиппов

УПРАВЛЕНИЕ ОДНОКАНАЛЬНЫМИ ОБЪЕКТАМИ С ПОМОЩЬЮ СКАЛЯРНОГО ДВОИЧНОГО КАНАЛА СВЯЗИ

Рассмотрены способы формирования модельных представлений в задачах построения цифрового дистанционного управления техническими объектами типа „многомерный вход—многомерный выход“. Представлены методики и перспективные направления решения указанных проблем.

Ключевые слова: цифровое дистанционное управление, канал связи, размерность системы.

Введение. Постановка задачи. В задачах дистанционного управления используются современные сетевые технологии. На пути проектировщиков таких систем встает ряд довольно сложных проблем.

В настоящей статье рассматриваются проблемы цифрового дистанционного управления линейными непрерывными объектами, связанными с регулятором цифровой сетью произвольной структуры. Предполагается использование сетевой технологии Industrial Ethernet или близкой к ней по характеристикам. Представленные в статье варианты построения цифрового дистанционного управления (ЦДУ) позволят создавать дискретные модели процессов, протекающих в системах автоматического управления дистанционно рассредоточенными объектами типа „многомерный вход—многомерный выход“ (МВМВ).

Будем рассматривать системы управления множеством дистанционно рассредоточенных объектов, связанных с регулятором посредством цифрового дистанционного последовательного (скалярного) канала связи типа „дуплекс“. Начнем рассмотрение с объектов управления типа „одномерный вход—одномерный выход“ (ОВОВ), затем, модифицировав полученные результаты, перенесем их на объекты МВМВ-типа. Определим проблемы, возникающие при синтезе ЦДУ и модельных представлений. Структура рассматриваемой системы представлена на рис. 1 (здесь ОУ — объект управления, Н — наблюдатель, Р — регулятор, ПК — преобразователь кодов, ОКС — обратный канал связи, ПКС — прямой канал связи).

ЦДУ в системе „одномерный вход—одномерный выход“. При цифровом дистанционном управлении могут возникать следующие проблемы.

1. Необходимость использовать наблюдатель вектора состояния объекта. Даже если состояние объекта управления полностью измеримо, скалярное описание дискретного канала связи (ДКС) позволяет использовать наблюдатель. Еще одной причиной использования подобной структуры системы управления является упрощение конструкции, так как в ином случае для каждого состояния объекта управления потребовался бы отдельный канал связи.

2. Увеличение размерности дискретной модели среды ЦДУ в связи с необходимостью преобразования двоичных кодов типа „параллельный—последовательный“, и наоборот (рис. 2).

3. Необходимость использования помехозащищенных кодов (ПЗК) в режиме исправления ошибок из-за наличия помех в прямом и обратном каналах связи системы управления.

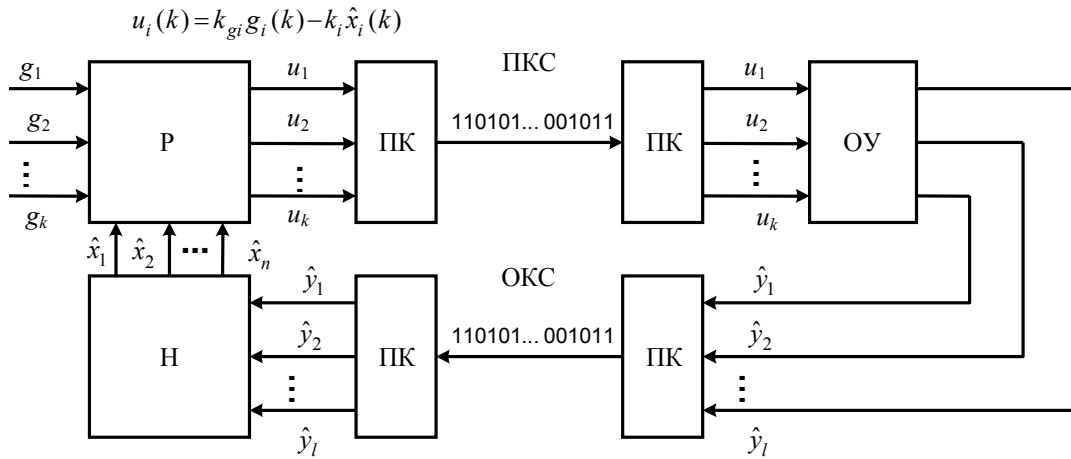


Рис. 1

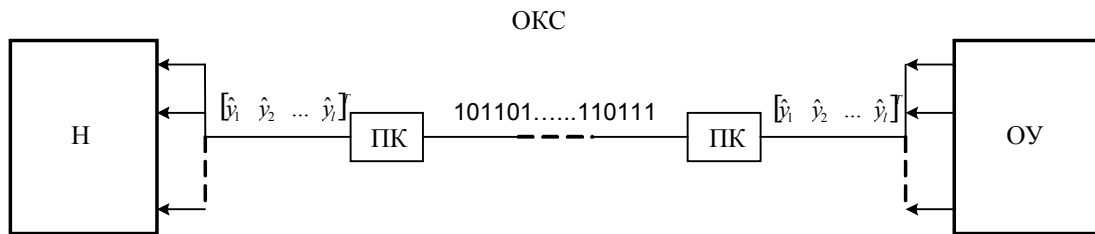


Рис. 2

Системы с подобной структурой и их модельные представления были рассмотрены в статье [1]. Преобразование аналоговых сигналов в цифровые и обратно, кодирование этих сигналов с использованием ПЗК требует времени. Для учета временных затрат вводится агрегированный интервал дискретности

$$\Delta t_a = 2(n_p + m)\Delta t,$$

где $\Delta t = 1/f$ — длительность бита кода, n_p и m — число информационных и проверочных разрядов соответственно.

Размерность объекта управления в целом возрастает, так как требуется построить модели прямого и обратного каналов связи, после чего получить общее модельное представление „канальная среда—объект управления“ размерностью $n+2$, где n — размерность исходного непрерывного линейного объекта.

Таким образом, система становится совокупностью прямого канала связи, дискретного представления объекта управления и обратного канала связи:

$$\left. \begin{aligned} x_{\text{ПКС}}(k+1) &= u_{\text{ПКС}}(k), \\ y_{\text{ПКС}}(k) &= x_{\text{ПКС}}(k), \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} x_{\text{ОКС}}(k+1) &= u_{\text{ОКС}}(k), \\ y_{\text{ОКС}}(k) &= x_{\text{ОКС}}(k), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= \bar{A}x(k) + \bar{B}u_{\text{ОУ}}(k), \\ y(k) &= \bar{C}x(k), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где матрицы \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} рассчитываются в соответствии со следующими соотношениями:

$$\bar{A} = e^{A\Delta t_a}, \quad \bar{B} = A^{-1}(\bar{A} - I)B, \quad \bar{C} = C, \quad (3)$$

A , B , C — матрицы исходной непрерывной модели в форме „вход—состояние—выход“. Отметим, что передаточные функции для ПКС и ОКС представляют собой простейшую задержку z^{-1} на интервал дискретности, равный Δt_a .

Полученная таким образом агрегированная дискретная система управления будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} x_a(k+1) &= A_a x_a(k) + B_a u_{\text{ПКС}}(k), \\ y(k) &= C_a x_a(k), \\ \hat{y}(k) &= \hat{C}_a x(k), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

для которой вектор состояния $x_a = [x_{\text{ОКС}} \quad x_{\text{ДОУ}} \quad x_{\text{ПКС}}]^T$ размерности $n_a = n + 2$. Матрицы A_a, B_a, C_a, \hat{C}_a формируются в следующем виде:

$$C_a = [0 \quad \dots \quad \bar{C} \quad \dots \quad 0], \quad \hat{C}_a = [1 \quad \dots \quad 0 \quad 0], \quad B_a = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 1]^T, \quad (5)$$

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & \bar{C} & 0 \\ 0 & \bar{A} & \bar{B} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

На основе данной модели формируется модальное управление в форме матрицы линейных стационарных обратных связей.

Задача учета фактора помех в каналах связи решается стандартными средствами теории помехозащитного кодирования из условия задания допустимой вероятности искажения бита посылки и кратности исправляемой ошибки. Расширяя код посылки за счет введения проверочных разрядов, можно увеличить агрегированный интервал дискретности Δt_a полученной модели.

ЦДУ в системе „многомерный вход—многомерный выход“. Следует отметить, что проблемы, освещенные ранее, актуальны и для систем управления класса МВМВ-типа. Однако возникают и некоторые другие проблемы, связанные с особенностями данных систем.

Для начала рассмотрим возможность организации передачи вектора управляющих воздействий с помощью последовательного (скалярного) канала связи. По определению, объекты МВМВ-типа имеют несколько точек приложения управляющих воздействий, следовательно, передавать необходимо не скалярное управление u , как это было в предыдущем случае, а вектор управления $U = [u_1 \quad \dots \quad u_r]$. Простейший способ организации передачи вектора управления по последовательному каналу связи заключается в разделении сеанса (времени) доступа к линии связи между его элементами. Данная структура посылки без служебной информации, присущей конкретному протоколу, представлена на рис. 3.

Таким же образом следует организовать обратный канал связи к наблюдателю.

Если одной посылки не хватает для передачи всего вектора управления или если требуется доставить управляющее воздействие различным адресатам (при маршрутизации посылки), то следует передавать его за несколько сеансов, что приводит к увеличению времени, за которое объект отреагирует на сигнал.

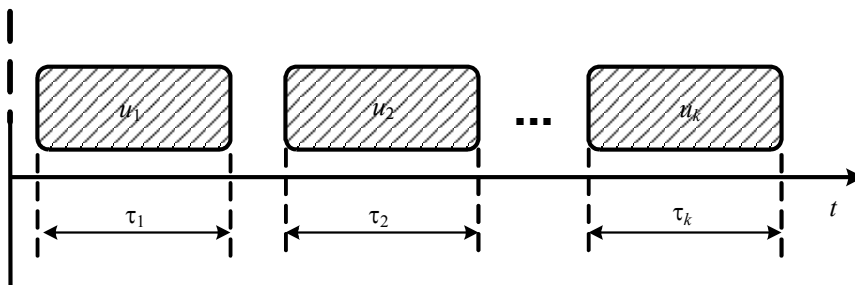


Рис. 3

Рассмотрим вопросы модельного представления системы управления с ОУ МВМВ-типа. Как и при представлении системы „одномерный вход—одномерный выход“, будем

агрегировать канал связи и дискретное описание ОУ. Однако в данном случае имеет место более сложная структура цифровой сети и самого ОУ. Если бы речь шла о соединении регулятора и ОУ типа „точка в точку“, можно было бы представлять систему так же, как это делается для случая ОВОВ. Однако в многомерных распределенных системах управления имеет место сложная структура цифровой сети, требующая маршрутизации посылки для доставки управляющих воздействий нужному адресату. Более того, как отмечалось ранее, вполне вероятным кажется вариант, когда весь управляющий вектор не поместится в одну „посылку“. Таким образом, очевидно, что предыдущее модельное представление неадекватно.

Для представления каждого канала управления многомерной распределенной системы будем использовать модель, учитывающую запаздывание ЭВМ [2]. В данной модели управляющее воздействие остается в памяти канала на один такт:

$$u_i(t) = \begin{cases} u_i(k-1), & kT \leq t < kT + \tau, \\ u_i(k), & kT + \tau \leq t < (k+1)T, \end{cases} \quad (7)$$

где $i=1, \dots, r$, $u_i(k)$ — значение i -го управляющего воздействия, принятого в момент времени $t=kT$, τ — запаздывание, с которым управляющее воздействие поступает в канал управления, T — интервал дискретности. Будем считать $\tau=Ti$ ($i=1, \dots, r$), что соответствует запоминанию управляющего воздействия на один такт. Интервал дискретности T задается как медианная составляющая интервала $[T_{\min}; T_{\max}]$ оценок задержек на передачу и обработку информации в прямом и обратном каналах связи.

Задавая таким образом управляющее воздействие, запишем основное уравнение для одного канала управления многомерной системы:

$$x(kT+T) = e^{AT} x(kT) + \int_{kT}^{kT+\tau} e^{A(kT+T-\theta)} Bu(\theta) d\theta, \quad (8)$$

$$x(kT) = x(k), \quad e^{AT} = \bar{A}, \quad (9)$$

$$x(k+1) = \bar{A}x(k) + \left(\int_{kT}^{T+\tau} e^{A(kT+T-\theta)} d\theta \right) Bu(k-1) + \left(\int_{kT+\tau}^{kT+T} e^{A(kT+T-\theta)} d\theta \right) Bu(k), \quad (10)$$

$$B(\tau) = \left(\int_{kT+\tau}^{kT+T} e^{A(kT+T-\theta)} d\theta \right) B = (\bar{A}e^{-A\tau} - I)A^{-1}B, \quad (11)$$

$$B_1(\tau) = \left(\int_{kT}^{kT+\tau} e^{A(kT+T-\theta)} d\theta \right) B = \bar{A}(I - e^{-A\tau})A^{-1}B. \quad (12)$$

Таким образом, разностное уравнение для одного канала агрегированного ОУ примет следующий вид:

$$x(k+1) = Ax(k) + B_1(\tau)u(k-1) + B(\tau)u(k) \quad (13)$$

или

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x'(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & B_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x'(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix} u(k). \quad (14)$$

Уравнение (13) описывает канал управления с запаздыванием, структурная схема которого представлена на рис. 4.

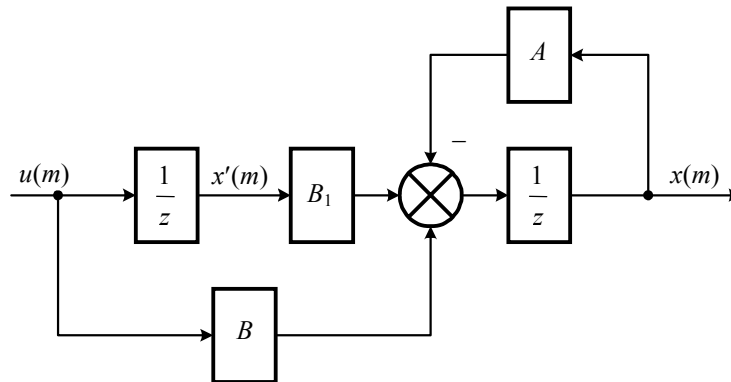


Рис. 4

Обратим внимание на увеличение размерности и проблему вычислительной устойчивости матричного уравнения подобия (Сильвестра). Из уравнений (11), (12) видно, что каждый агрегированный канал многомерного ОУ увеличивает размерность. Таким образом, после учета свойств канальной среды в ПКС и агрегирования с ОКС размерность модели многомерного ОУ станет больше на r , где r — размерность вектора управления исходного объекта. В связи с этим встает проблема решения уравнения подобия типа Сильвестра для формирования модального управления (математические пакеты типа MatLab дают адекватное решение уравнения Сильвестра для систем размерностью $n < 6-7$).

Рассмотрим теперь проблему задержек в каналах связи и возможность ее минимизации. Для минимизации задержек в ПКС и ОКС требуется сократить размеры передаваемой информации. В работах [3, 4] предлагается ряд приемов по решению данной проблемы: передача не полных значений управляющих воздействий u_i , а только их приращений Δu_i (к примеру, по три бита); создание специальных конечномерных наблюдателей, определяющих попадание параметров в определенный интервал из конечного множества интервалов значений; спорадический характер передачи в ОКС и ПКС; динамическое перераспределение управляющих воздействий, т.е. передача тех воздействий, которые более важны на данный момент.

Еще одним возможным решением задачи сокращения трафика может быть перенос управляющей логики ближе к ОУ и передача не вектора управляющих воздействий, а программы управления для локального регулятора, скажем, в виде вектора собственных чисел эталонной системы. Размер данных при этом остается тем же, но частота сеансов связи значительно уменьшается.

Заключение. Минимизация задержек отмеченными способами в каналах связи позволят улучшить качество синтезированного управления. Анализ задачи построения ЦДУ дистанционно рассредоточенными многомерными объектами показал, что для решения выявленных проблем достаточно возможностей аппарата пространства состояний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боженкова Н. Ю., Осипцева О. С., Ушаков А. В. Фактор канальной среды в задаче синтеза цифрового дистанционного управления непрерывным объектом // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 3. С. 21—25.
2. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ / В. В. Григорьев, В. Н. Дроздов, В. В. Лаврентьев, А. В. Ушаков. Л.: Машиностроение, 1983.
3. Goodwin G. C., Haimovich H., Quevedo D. E., Welsh J. S. A moving horizon approach to networked control system design // IEEE Transact. on Automatic Control. 2004.

4. Quevedo D. E., Goodwin G. C., Welsh J. S. Minimizing down-link traffic in networked control systems via optimal control techniques // Proc. of 42nd IEEE Conf. on Decision and Control. Maui, Hawaii, USA, 2003.

Сведения об авторах

- Наталья Александровна Дударенко** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: dudarenko@yandex.ru
- Ольга Святославовна Нуйя-Осипцева** — канд. техн. наук; фирма Siemens, Санкт-Петербург; ведущий специалист
- Анатолий Владимирович Ушаков** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru
- Максим Игоревич Филиппов** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

УДК 621.398.1

А. В. УШАКОВ, Е. С. ЯИЦКАЯ

ПОМЕХОЗАЩИТНОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ КОДОВ

Определяется зависимость скорости сходимости процесса наблюдения от индекса нильпотентности матрицы состояния динамического наблюдающего устройства (ДНУ). Рассматривается задача помехозащитного декодирования в форме построения ДНУ вектора начального состояния системы.

Ключевые слова: динамическое наблюдающее устройство, вектор невязки наблюдения, помехозащитное декодирование.

Введение. Базовые концепции двоичного динамического наблюдения. Для рассмотрения задачи двоичного динамического наблюдения представим линейную двоичную динамическую систему (ЛДДС) [1, 2], состояние которой подлежит наблюдению, имеющую векторно-матричное описание

$$\chi(k+1) = A\chi(k) + Bu(k), \quad \chi(0) = \chi_0, \quad \xi(k) = C\chi(k) + Hu(k), \quad (1)$$

где χ , u , ξ — соответственно n -мерный вектор состояния, r -мерный вектор входной последовательности, l -мерный вектор выходной последовательности; матрицы A , B , C , H согласованы по размерности с векторами χ , u и ξ . Элементы векторов и матриц принадлежат двоичному простому полю Галуа $GF(2)$.

Двоичное динамическое наблюдающее устройство (ДНУ), использующее всю доступную для непосредственного измерения информацию об ЛДДС (1) в виде входной последовательности $u(k)$ и выходной — $y(k)$, реализуется в форме следующей зависимости:

$$z(k+1) = \Gamma z(k) + L\xi(k) + Gu(k), \quad z(0) = z_0, \quad (2)$$

где z — m -мерный вектор состояния ДНУ, матрица Γ определяет динамику процесса наблюдения, а пара матриц (L, G) обладает следующими свойствами:

$$L = \arg \{ \text{contr}(\Gamma, L) \}, G = \arg \{ \text{contr}(\Gamma, G) \},$$

где $\text{contr} \{ \}$ — предикат наличия полной управляемости пары матриц [3].

Рассмотрим задачу определения вектора χ состояния системы (1) в среде ДНУ (2) в виде

$$z(k) = T\chi(k) + \theta(k), \quad \forall k, \quad (3)$$

где T — матрица преобразования подобия (в общем случае — особого); $\theta(k)$ — вектор невязки наблюдения (ВНН).

Сформулируем следующее утверждение.

Утверждение 1. Если матрицы T, L, G удовлетворяют матричным соотношениям

$$\Gamma T + T A = L C, \quad G = T B, \quad (4)$$

то процесс по ВНН $\theta(k)$ описывается рекуррентным векторно-матричным уравнением

$$\theta(k+1) = \Gamma \theta(k), \quad \theta(0) = T\chi(0) + z(0). \quad (5)$$

Доказательство утверждения проведем путем подстановки в (5) векторно-матричных соотношений (1), (2) и (4), в результате чего снова приходим к (5).

Для решения задачи определения вектора $\chi(k)$ текущего состояния ЛДДС (1) воспользуемся явным (показательным) решением (5) и условием обнуления состояния ДНУ при запуске ($z(0) = 0$). С учетом этих обстоятельств имеем

$$\theta(k) = \Gamma^k T\chi(0). \quad (6)$$

В свою очередь, подстановка (6) в (3) дает

$$z(k) = T\chi(k) + \Gamma^k \theta(0). \quad (7)$$

Пусть матрица Γ состояния ДНУ обладает свойством нильпотентности с индексом ν , тогда при $k \geq \nu$ устанавливается равенство

$$z(k) = T\chi(k), \quad k \geq \nu. \quad (8)$$

Таким образом, вектор $z(k)$ состояния ДНУ с точностью до матрицы преобразования подобия T задает текущее состояние вектора $\chi(k)$ наблюдаемой ЛДДС (1). Причем скорость сходимости процесса по ВНН тем выше, чем меньше индекс нильпотентности матрицы Γ состояния ДНУ. Подтвердим данное утверждение примерами.

Примеры построения двоичных наблюдающих устройств. Рассмотрим задачу синтеза ДНУ для определения вектора текущего состояния ЛДДС, (A, B, C, H) -описание которой характеризуется матрицами

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 1 \ 0], \quad H = [0].$$

С целью решения поставленной задачи в соответствии с выражениями (7) и (8) выберем в качестве модели ДНУ регистр сдвига третьего порядка. Для определения вектора текущего состояния представленной ЛДДС рассмотрим матрицы состояния ДНУ с различными индексами нильпотентности:

$$\text{а) } v=3 \quad \Gamma_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \text{ б) } v=2 \quad \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \text{ в) } v=1 \quad \Gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Решим поставленную задачу в форме (8). Решение уравнения Сильвестра (4) относительно матриц T и L и вычисление матрицы G дает:

$$\text{а) } T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, L_3 = [0 \ 0 \ 1]^T, G_3 = [0 \ 0 \ 1]^T;$$

$$\text{б) } T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, L_2 = [0 \ 1 \ 1]^T, G_2 = [0 \ 1 \ 1]^T;$$

$$\text{в) } T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, L_1 = [1 \ 1 \ 1]^T, G_1 = [1 \ 1 \ 1]^T.$$

В соответствии с (8) и поскольку матрица Γ имеет индекс нильпотентности, равный v , очевидно, что начиная с момента $k \geq v$ вектор состояния z ДНУ должен будет с точностью до матрицы преобразования подобия T совпасть с вектором состояния χ исходной ЛДДС. Покажем это, полагая, что входная последовательность $u(k)$ ЛДДС на первых семи тактах имеет вид $u(k): 1100110$, а начальное состояние $\chi(0)$ ЛДДС определяется вектором $\chi(0) = [0 \ 0 \ 1]^T$.

v	k	0	1	2	3	4	5	6	7
v	$u(k)$	0	1	1	0	0	1	1	0
	$\chi^T(k)$	001	100	111	110	111	011	100	111
3	$z^T(k)$	000	000	001	010	101	011	110	101
	$(T_3\chi)^T(k)$	111	110	101	010	101	011	110	101
2	$z^T(k)$	000	000	011	100	011	111	100	011
	$(T_2\chi)^T(k)$	111	100	011	100	011	111	100	011
1	$z^T(k)$	000	000	111	000	111	111	000	111
	$(T_1\chi)^T(k)$	111	000	111	000	111	111	000	111

Из таблицы видно, что начиная с k -го такта, т.е. с выполнением условия $k=v$, вектор состояния z синтезированного ДНУ повторяет в форме $z(k) = T\chi(k)$ состояние наблюдаемой ЛДДС. Таким образом, иллюстрируется утверждение: чем меньше индекс нильпотентности матрицы Γ состояния ДНУ, тем выше скорость сходимости процесса по ВНН.

С использованием полученных результатов структурно-функциональная схема процесса двоичного динамического наблюдения вектора текущего состояния заданной ЛДДС примет вид, представленный на рис. 1.

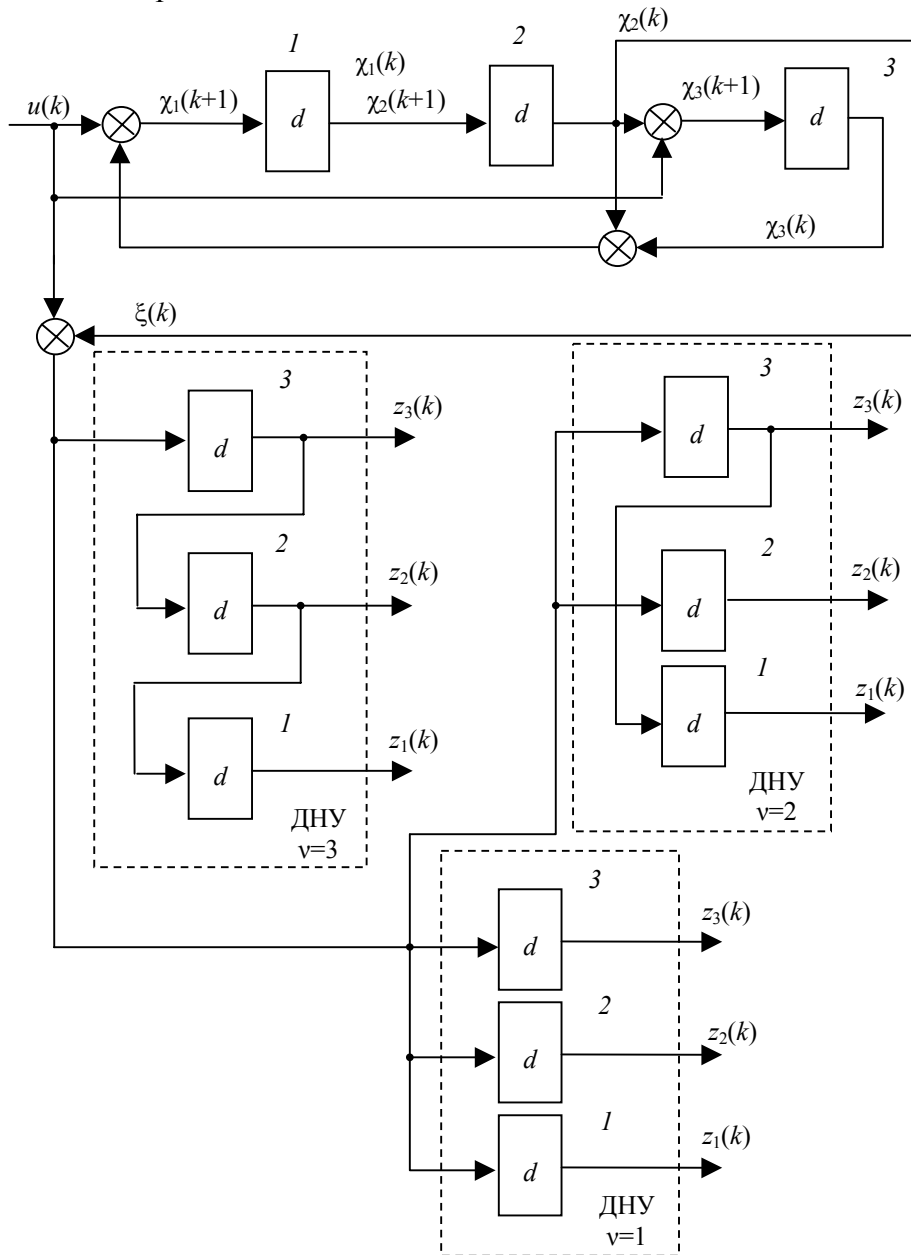


Рис. 1

Основной результат. Поставим задачу помехозащитного декодирования систематических кодов [4] как задачу определения вектора $\chi(0)$ начального состояния регистра канала связи (РКС).

Кодирующее устройство (КУ), на выходе которого формируется (n, k) -помехозащищенный код y , выводимый в канал связи в виде двоичной кодовой последовательности $y(k)$ старшим разрядом вперед, представляется n -разрядным регистром сдвига, начальное состояние которого $x(0)$ представляет собой передаваемую помехозащищенную кодовую посылку. Векторно-матричное модельное представление КУ имеет вид

$$x(k+1) = Fx(k); \quad x(0); \quad y(k) = Px(k),$$

где F — матрица размерностью $n \times n$ является нильпотентной с индексом $v=n$ [5].

Формирователь импульсной помехи ξ , которая в канале связи (КС) искажает передаваемую кодовую посылку y , также представим n -разрядным регистром сдвига. РКС характеризуется нулевой входной последовательностью и вектором начального состояния $\chi(0)$, который представляет собой n -разрядный вектор помехи ξ , выводимый в КС в виде последовательности $\xi(k)$ старшим разрядом вперед. Векторно-матричное описание РКС имеет вид

$$\chi(k+1) = A\chi(k); \chi(0); \xi(k) = C\chi(k).$$

Матрица A совпадает с матрицей F и также является нильпотентной с индексом нильпотентности $\nu = n$.

Процесс искажения кодовой последовательности $y(k)$ при передаче по КС представим суммированием в простом двоичном поле $GF(2)$, в результате чего формируется искаженная кодовая комбинация $f = y + \xi$ в виде кодовой последовательности $f(k) = y(k) + \xi(k)$.

Процесс декодирования реализуем, построив ДНУ, формирующее к моменту $k = n$ состояние $z(n)$, которое с точностью до матрицы преобразования подобия T_χ представляло бы собой вектор $\chi(0)$ начального состояния РКС. Векторно-матричное описание ДНУ — декодирующего устройства (ДКУ) — принимает вид

$$z(k+1) = \Gamma z(k) + L f(k); z(0).$$

Поставленная задача помехозащитного декодирования опирается на следующее утверждение.

Утверждение 2. Если ДНУ начального состояния $\chi(0)$ функционирует так, что всегда $z(0) = 0$, т.е. перед запуском его состояние обнуляется, матрица Γ принадлежит показателю $\mu = n$, матрицы A и F обладают индексом нильпотентности $\nu = n$ [5], матрица преобразования подобия T_χ обладает свойством

$$T_\chi G^T = O, \quad (9)$$

где G — образующая матрица систематического кода, то выполняется соотношение векторно-матричного подобия $z(n) = T_\chi \chi(0)$, O — нулевая матрица.

Доказательство утверждения строится на определениях свойств нильпотентности матрицы и принадлежности матрицы показателю, а также на использовании условия $z(0) = 0$.

Следует заметить, что в силу (9) матрица T_χ как решение матричного уравнения Сильвестра

$$T_\chi A + \Gamma T_\chi = LC, \quad T_\chi F + \Gamma T_\chi = LP \quad (10)$$

является проверочной матрицей [6] систематического кода.

Вектор $x(0)$ формируется из информационной части $x_u(0)$ систематического помехозащищенного кода с помощью образующей матрицы G кода в силу соотношения $x(0) = G^T x_u(0)$.

В качестве примера рассмотрим аналитическое решение задачи конструирования декодирующего устройства в форме ДНУ циклического кода с образующим многочленом $g(x) = x^2 + x + 1$. Сконструируем ДКУ в форме ДНУ и кодирующее устройство в виде модельных представлений „вход—состояние—выход“ с матричными компонентами

$$A = F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = P = [1 \ 0 \ 0] \text{ соответственно.}$$

Выберем в качестве модели ДНУ регистр сдвига второго порядка, матрица Γ векторно-матричного описания которого будет иметь следующий вид:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Решение относительно матрицы T матричного уравнения (10) дает

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Следует отметить тождественность результата для вычисленной матрицы T каноническому [6] представлению проверочной матрицы \tilde{H} ($\tilde{H} = [\tilde{G}^T \mid I]^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$) циклического кода, который в рассматриваемом примере соответствует образующему многочлену $g(x) = x^2 + x + 1$.

Заметим также, что процесс декодирования состоит в вычислении вектора ошибки посредством умножения матрицы T^T на вектор начального состояния $\chi(0)$ РКС. Структурная схема процесса декодирования циклического кода с образующим многочленом $g(x) = x^2 + x + 1$ представлена на рис. 2.

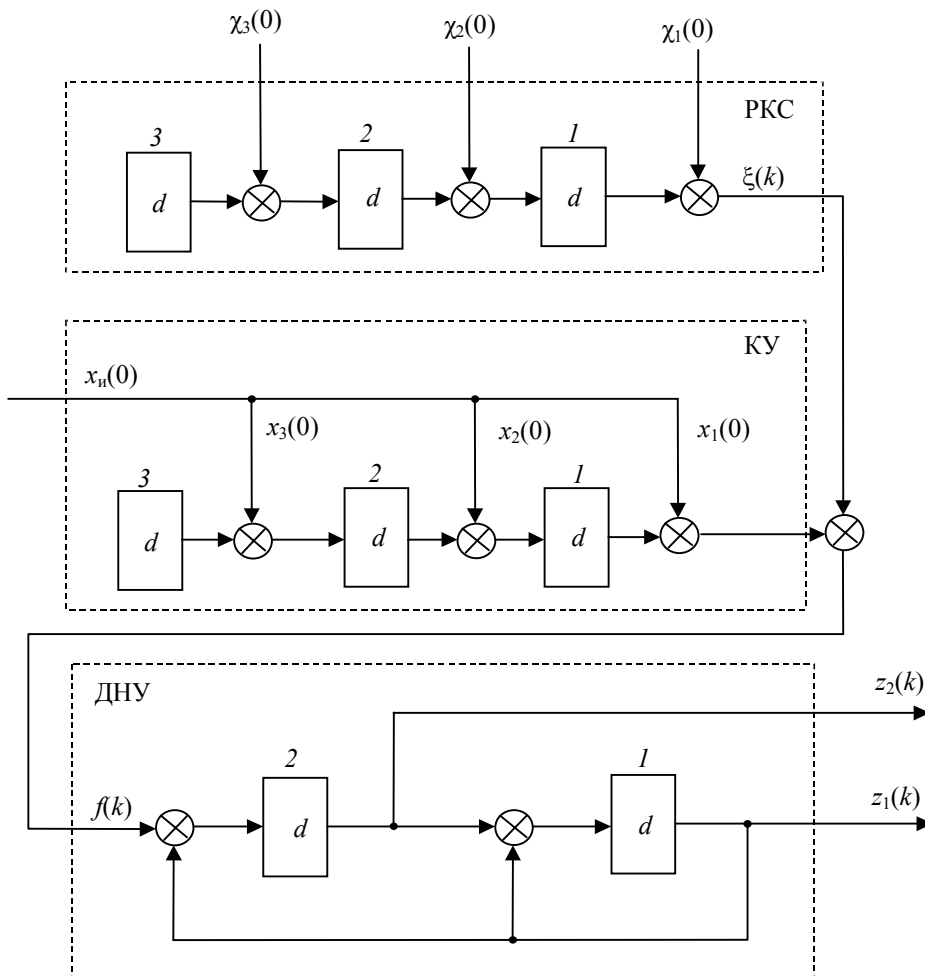


Рис. 2

Заключение. Теория и практика динамического наблюдения за двоичными полями Галуа обнаруживают новые возможности использования последних в задачах помехозащитного

декодирования систематических помехозащищенных кодов. Авторы полагают, что формализм матричного уравнения Сильвестра, на котором базируется алгоритмистика конструирования матричных компонентов ДНУ, позволит создать банк реализаций декодирующих устройств систематических кодов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мельников А. А., Ушаков А. В. Двоичные динамические системы дискретной автоматики. СПб: СПбГУ ИТМО, 2005.
2. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976.
3. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб: Питер, 2005.
4. Емельянов Г. А., Шварцман В. О. Теория передачи дискретной информации. М.: Связь, 1979.
5. Мельников А. А., Рукуйжа Е. В., Ушаков А. В. Использование свойств матриц для обнаружения неустойчивых циклов и неподвижных состояний двоичных динамических систем // Науч.-технич. вестн. СПбГИТМО(ТУ). 2002. Вып. 6. С. 243—249.
6. Тугтевич В. Н. Телемеханика. М.: Высш. школа, 1985.

Сведения об авторах

Анатолий Владимирович Ушаков

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru

Елена Сергеевна Яицкая

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: yaitskayaes@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 62.83

В. И. БОЙКОВ, С. В. БЫСТРОВ, В. В. ГРИГОРЬЕВ, Д. Е. ОБЕРТОВ

ПЬЕЗОПРИВОД НА ОСНОВЕ ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ ПЬЕЗОАКТЮАТОРОВ

Рассматриваются проблемы создания математической модели пьезопривода на основе тонкопленочной многослойной пьезокерамики и способы оценки ее основных характеристик.

Ключевые слова: пьезоактюатор, математическая модель пьезопривода, параметры пьезокерамики.

Введение. С интенсивным развитием микроэлектроники и нанотехнологий возрастает актуальность создания высокоточных миниатюрных исполнительных устройств линейных микроперемещений. В полной мере названным требованиям удовлетворяют пьезоэлектрические исполнительные приводы. Такие устройства обладают уникальной совокупностью положительных свойств: высокая разрешающая способность, малые размеры, большие выходные усилия, широкий диапазон рабочих частот, отсутствие внешнего электромагнитного поля, широкий рабочий температурный диапазон, высокая надежность и даже возможность работы в вакууме. К числу новых отечественных разработок в этой области относятся многослойные тонкопленочные актюаторы производства фирмы „Элпа“.

Свойства актюаторов. Для изготовления новых многослойных (толщина слоя $\cong 25$ мкм) актюаторов разработан специальный пьезокерамический материал ЦТС-46 с низкой температурой спекания. Кроме того, вместо дорогих электродных материалов (платина—палладий) используются относительно дешевые (палладий—серебро). Многослойные элементы имеют преимущества перед пакетными керамическими пластинами, обладая возможностью производить смещение при низких напряжениях, они компактны. Применение актюаторов, изготовленных из материала ЦТС-46, в качестве активных элементов пьезоэлектрических приводов позволит решить многие задачи в различных областях науки и техники.

Для более эффективного использования новых актюаторов необходимо их экспериментально и теоретически исследовать как элементы систем автоматического управления, а также провести математическое и физическое моделирование пьезопроводов на их основе. Для проведения экспериментальных исследований был создан специализированный измерительный комплекс [1, 2], позволяющий снимать статические и динамические характеристики как отдельных актюаторов, так и приводов и систем на их основе. Предварительные результаты экспериментальных исследований тонкопленочных актюаторов [3] позволили всесторонне объективно оценить их возможности, достоинства и недостатки. Полученные количественные характеристики позволяют скорректировать существующие математические модели пьезоэлектрических устройств для условий применения новых пьезоактивных элементов.

В настоящей работе предпринята попытка создать линейную модель пьезопривода на основе многослойного тонкопленочного пьезоактюатора.

Математическое моделирование проводилось на основе технических характеристик многослойного пьезоактюатора типа АПМ (см. таблицу).

Наименование	Обозначение	Величина
Габаритные размеры (длина, ширина, высота), мм	$L \times h \times d$	$70 \times 7,4 \times 7,2$
Площадь сечения, м ²	S_0	$53,28 \cdot 10^{-6}$
Емкость электрическая, мкФ	C_0	11,7
Тангенс угла диэлектрических потерь	$\text{tg } \delta$	0,02
Пьезомодуль, Кл/Н	d_{33}	$450 \cdot 10^{-12}$
Модуль Юнга, Н/м ²	Y_{33}	$10 \cdot 10^{10}$
Плотность, кг/м ³	ρ	7800

На рис. 1 представлена базовая модель пьезоэлектрических исполнительных устройств пакетного типа [4]. Здесь $U_{\text{вх}}$ — входное напряжение, $K_{\text{п}}$ — коэффициент прямого пьезоэффекта, $R_{\text{вх}}$ — выходное сопротивление усилителя, K_u — коэффициент усиления, p — оператор Лапласа, K_o — коэффициент обратного пьезоэффекта, F_c — статическое усилие, действующее на пьезоактюатор, F_y — сила упругости, F_d — динамическая сила, K_d — коэффициент внутреннего демпфирования, m_{Σ} — эффективная масса, V — линейная скорость перемещения, Δ — линейное перемещение.

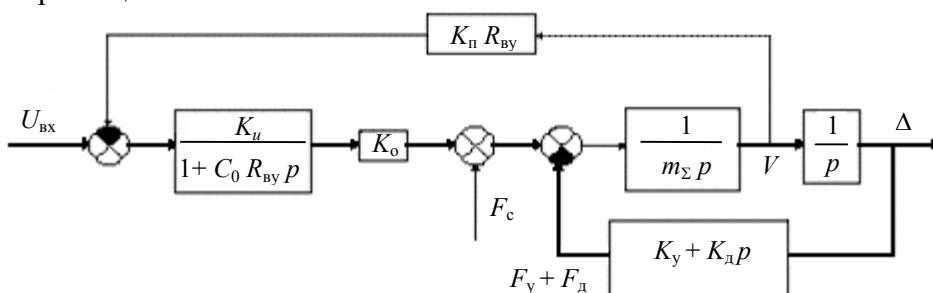


Рис. 1

Данная модель с высокой степенью достоверности отражает процессы, происходящие в пьезоэлектрическом устройстве пакетного типа. Отличие многослойного актюатора от последнего заключается лишь в большом количестве (до 1100) очень тонких (25 мкм) слоев, что, безусловно, нужно учесть при моделировании:

- жесткость, собственная частота, развиваемая сила многослойного актюатора могут быть рассчитаны как для сплошного пьезоэлемента с теми же геометрическими характеристиками;

- резонансная частота самого актюатора находится в диапазоне частот выше 10 кГц, что при полосе пропускания пьезоприводов в 100—200 Гц позволяет их не учитывать при моделировании;

- следует учитывать большую электрическую емкость актюатора, которая при выходном сопротивлении устройства управления в 100 Ом увеличивает электростатическую постоянную времени T_3 до значений, существенно превышающих постоянную времени самого пьезодвигателя;

- обратным влиянием прямого пьезоэффекта можно пренебречь при организации специальных быстродействующих контуров регулирования управляющего поля;

- возможность пренебречь влиянием внутреннего демпфирования, т.е. $K_d=0$.

- в нашем случае объект не оказывает статического влияния на актюатор.

В результате можно получить модель пьезопривода на основе многослойного актюатора в виде, приведенном на рис. 2. Численные значения параметров модели привода определены с учетом характеристик актюатора (см. таблицу) и формул:

— для коэффициента упругости

$$K_y = \frac{S_0 Y_{33}}{L} = \frac{53,28 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{11}}{70 \cdot 10^{-3}} = 76,772 \cdot 10^6 \text{ Н/м},$$

— для коэффициента обратного пьезоэффекта

$$K_o = K_y \cdot d_{33} = 76,772 \cdot 10^6 \cdot 450 \cdot 10^{-12} = 38,386 \cdot 10^{-3} \text{ Кл/м},$$

— для эффективной массы

$$m_{\Sigma} = m_0 + 0,382m = 0,125 \text{ кг},$$

где $m_0 = 0,114 \text{ кг}$ — масса присоединенных к актюатору элементов, $m = S_0 l_0 \rho = 53,28 \cdot 10^{-6} \cdot 70 \cdot 10^{-3} \cdot 7800 = 2,8842 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$ — масса самого пьезоэлемента,

— для электростатической постоянной времени

$$T_3 = C_0 R_{\text{вы}} = 0,0012 \text{ с}.$$

Коэффициент передачи устройства управления (усилителя) $K_u = 140$.

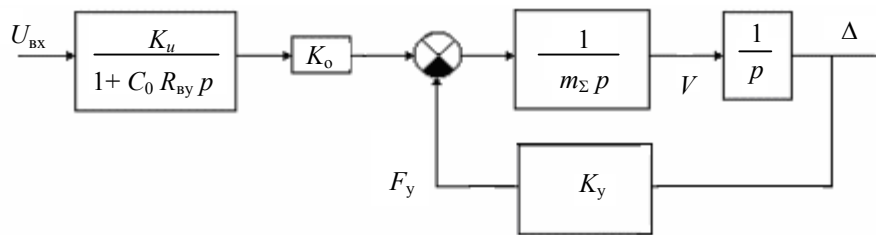


Рис. 2

Величину постоянной времени пьезопривода можно оценить по формуле:

$$T_M = \sqrt{\frac{m_{\Sigma}}{c_0}} = 0,000\,032 \text{ с},$$

где c_0 — жесткость пьезоактюатора, определяемая из выражения

$$c_0 = \frac{S_0 c_{33}^D}{L} = 12,2 \cdot 10^7 \text{ Н/м},$$

c_{33}^D — модуль упругости материала.

В результате моделирования в среде Simulink была получена переходная характеристика разомкнутого пьезопривода с многослойным пьезоактюатором (рис. 3), которая по своим показателям согласуется с результатами экспериментальных исследований.

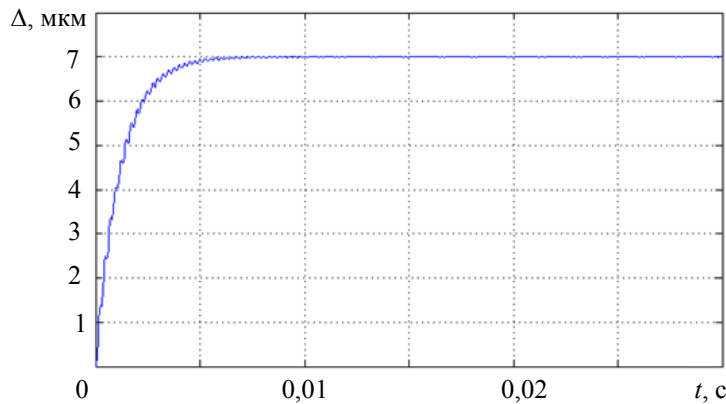


Рис. 3

Все исследования проводились при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 07-08-12085-офи, 09-08-00857-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобцов А. А., Бойков В. И., Быстров С. В., Григорьев В. В., Коровьяков А. Н. Комплекс для исследования адаптивного управления пьезопроводом // Сб. мат. 1-й Российской мультikonференции по проблемам управления. Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. С. 308—313.
2. Пат. РФ № 76138. Устройство для испытания пьезоэлектрического привода и его элементов / А. А. Бобцов, В. И. Бойков, С. В. Быстров, А. Б. Бушуев, В. В. Григорьев. 2008.
3. Бобцов А. А., Бойков В. И., Быстров С. В., Григорьев В. В. Разработка и исследование пьезопровода на основе многослойных тонкопленочных пьезоактюаторов // Сб. докл. 5-й Науч. конф. „Управление и информационные технологии“ (УИТ-2008). 2008. Т. 2. С.172—176.
4. Никольский А. А. Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.

Сведения об авторах

- Владимир Иванович Бойков** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: viboykov@mail.ru
- Сергей Владимирович Быстров** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Валерий Владимирович Григорьев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Дмитрий Евгеньевич Оберттов** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: dimondking@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

УДК 62.83

В. И. БОЙКОВ, С. В. БЫСТРОВ, А. Н. КОРОВЬЯКОВ, И. П. САЛМЫГИН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПЬЕЗОПРОВОДОВ НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ

Экспериментально определены характеристики пьезопроводов с тонкопленочными низковольтными пьезоактюаторами. Проанализированы потенциально достижимые значения технических характеристик описываемых пьезопроводов для микроперемещений управляемых модулей прецизионных приборных устройств.

Ключевые слова: пьезоактюатор, математическая модель пьезопровода, параметры пьезокерамики.

Введение. В современном приборостроении одной из актуальных задач является реализация управляемых микроперемещений модулей (деталей) устройств прецизионных приборов. При этом погрешность линейных микроперемещений должна обеспечиваться на уровнях десятых либо сотых долей микрона при перемещениях на расстояния до сотен микрон.

Одним из эффективных, надежных и технологичных путей микроперемещений является применение пьезоприводов. Однако при этом возникает ряд проблем общетехнического конструктивного характера, а также сложностей в организации управления пьезоприводом. В настоящей статье обсуждаются вопросы использования в приборных пьезоприводах низковольтных тонкопленочных пьезоактюаторов.

Для проведения экспериментальных исследований был создан специализированный измерительный комплекс [1—4], позволяющий снимать статические и динамические характеристики как отдельных актюаторов, так и приводов и систем на их основе.

Особенности многослойной керамики. Технические характеристики пьезоприводов следующие:

- свободное перемещение (ход) зависит от конструкции, размеров и электрических свойств пьезоактюатора, он может изменяться от единиц до 300 мкм;
- развиваемая актюатором сила (усилие) достигает 5 кН;
- максимальное значение управляющего напряжения обычно составляет 1000 В для высоковольтных и 100—200 В — для низковольтных пьезоактюаторов;
- погрешность установления требуемого микроперемещения 0,05—0,1 мкм. Эта погрешность существенно зависит от конструкции пьезопривода, типа применяемого актюатора и в существенной степени определяется условиями эксплуатации пьезопривода. В частности, погрешность установления очень чувствительна к уровню механических вибрационных воздействий;
- значение емкостной нагрузки высоковольтного усилителя (емкость актюатора) определяет инерционные свойства пьезопривода как объекта управления.

Управляемый пьезопривод для микроперемещений состоит из пьезоактюатора, управляемого объекта и чувствительного элемента датчика микроперемещений, объединенных в единый конструктивный узел. Актюатор перемещает объект, с которым жестко связана подвижная часть датчика микроперемещений.

На рис. 1 приведена функциональная схема управляемого привода для микроперемещений. Управляющее воздействие формируется микропроцессором (МП) и через усилитель подается на актюатор. Сигнал, представляющий собой оценку реального положения (и микроперемещения) управляемого пьезоактюатором объекта, формируется датчиком микроперемещений. В качестве датчика микроперемещений используется емкостной датчик с чувствительным элементом специальной конструкции. Сигнал оценки реального микроперемещения передается в МП.

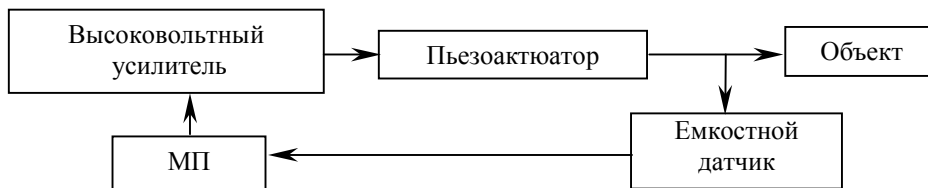


Рис. 1

На рис. 2 приведена типовая переходная характеристика тонкопленочного пьезоактюатора (Δ — перемещение, t — время). Колебательность процесса у тонкопленочной керамики сильно подавлена. Объясняется это свойство большой собственной емкостью керамики и высокой вязкостью материала.

На рис. 3 приведена типовая статическая характеристика многослойного пьезоактюатора, определенная по результатам стендовых испытаний. Из рисунка видна неоднозначность положения объекта при его прямом и обратном перемещениях. Максимальная неоднозначность характеристики (гистерезис) получается при перемещении объекта в полном диапазоне работы привода. Площадь петли гистерезиса пропорциональна энергетическим потерям, вызванным

внутренним трением слоев керамики, которая характеризует качество применяемого пьезоматериала. Гистерезис статической характеристики может достигать 20—30 % перемещения пьезоактюатора и негативно сказываться на динамических и точностных свойствах привода.

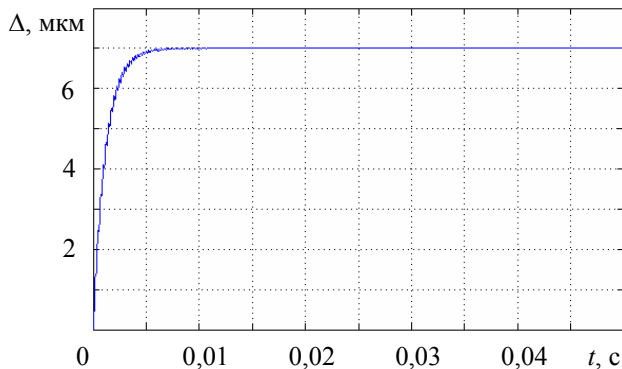


Рис. 2

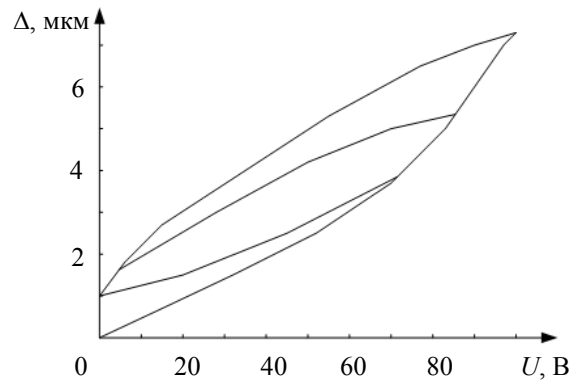


Рис. 3

Пьезокерамике присуще свойство ползучести. Изменение установившегося значения микроперемещения, реализуемого пьезоактюатором при постоянном входном напряжении высоковольтного усилителя, приводит к снижению точностных свойств привода.

Заключение. Для компенсации гистерезисных свойств и ползучести пьезоактюатора используется замкнутое по положению управление с контролем микроперемещения с помощью прецизионного датчика перемещений. Этот подход универсален. Требования к разрешающей способности (порогу чувствительности) датчика микроперемещений в данном случае оказываются весьма высокими. Обычно при диапазоне перемещений порядка 20 мкм требуется обеспечить разрешение датчика на уровне 0,05 мкм и меньше. Еще более жесткими оказываются требования к стабильности во времени параметров преобразовательной характеристики датчика микроперемещений.

Реализация управляемых микроперемещений объектов в прецизионном приборостроении с использованием пьезопроводов на основе низковольтных пленочных пьезоактюаторов и датчиков микроперемещений с чувствительными элементами специальной конструкции является комплексной научно-технической проблемой.

Все исследования проведены при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 07-08-12085-офи, 09-08-00857-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бойков В. И., Быстров С. В., Григорьев В. В., Обертов Д. Е. Пьезопровод на основе тонкопленочных пьезоактюаторов // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 11. С. 84—87.
2. Бобцов А. А., Бойков В. И., Быстров С. В., Григорьев В. В., Коровьяков А. Н. Комплекс для исследования адаптивного управления пьезопроводом // Сб. мат. 1-й Российской мультikonференции по проблемам управления. Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. С. 308—313.
3. Пат. РФ № 76138. Устройство для испытания пьезоэлектрического привода и его элементов / А. А. Бобцов, В. И. Бойков, С. В. Быстров, А. Б. Бушуев, В. В. Григорьев. 2008.
4. Бобцов А. А., Бойков В. И., Быстров С. В., Григорьев В. В. Разработка и исследование пьезопровода на основе многослойных тонкопленочных пьезоактюаторов // Сб. докл. 5-й Науч. конф. „Управление и информационные технологии“ (УИТ-2008). 2008. Т. 2. С. 172—176.

Сведения об авторах

Владимир Иванович Бойков

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: viboykov@mail.ru

- Сергей Владимирович Быстров*** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: sbystrov@mail.ru
- Анатолий Николаевич Коровьяков*** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: anatoliyru@mail.ru
- Игорь Петрович Салмыгин*** — ст. преподаватель; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: igorsalmygin@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.

SUMMARY

P. 7—11.

CONSTRUCTION PRINCIPLES OF FLIGHT NAVIGATION SYSTEMS ON THE BASE OF INTEGRATED MODULAR AVIONICS

Development of civil airplane on-board radio-electronic equipment is discussed. Principles of construction of piloting and navigating systems based on integrated modular avionics are formulated.

Keywords: avionics, flight navigation system, electronic equipment.

Data on authors

- Valery V. Grigoriev** — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Dmitry V. Kozis** — Cand. Techn. Sci.; P. A. Efimov Scientific Design Bureau “Electroavtomatica”, St. Petersburg; Chief Specialist; E-mail: kozisd@mail.ru
- Anatoly N. Koroviakov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: anatoliyru@mail.ru
- Yury V. Litvinov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: yur113@yandex.ru

P. 12—15.

COMBINED NAVIGATION OF A FLYING VEHICLE GROUP

Principles of flight of a group of flying vehicles are considered. Formulas of relative movement for combined navigation are derived.

Keywords: group of flying vehicles, combined navigation, relative acceleration.

Data on authors

- Leonid V. Andreev** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Aerospace Equipment, Department of Stabilization, Navigation and Control System; E-mail: Lio8300@mail.ru
- Sergey V. Bogoslovsky** — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Equipment; Department of Stabilization, Navigation and Control System; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Boris V. Vidin** — Cand. Techn. Sci., Professor; P. A. Efimov Scientific Design Bureau “Electroavtomatica”, St. Petersburg; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Igor O. Zharinov** — Cand. Techn. Sci.; P. A. Efimov Scientific Design Bureau “Electroavtomatica”, St. Petersburg; E-mail: igor_rabota@pisem.net
- Oleg O. Zharinov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Aerospace Equipment; Department of Computer and Electronic System; E-mail: zharinov@hotmail.ru
- Pavel P. Paramonov** — Dr. Techn. Sci., Professor; P. A. Efimov Scientific Design Bureau “Electroavtomatica”, St. Petersburg; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Ruben A. Shek-Iovsepjantz** — Dr. Techn. Sci., Professor; P. A. Efimov Scientific Design Bureau “Electroavtomatica”, St. Petersburg; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru

P. 16—22.

STUDY OF SPATIAL TRACKING SYSTEM WITH PERIODIC COEFFICIENTS

For linear discrete system with periodically varying coefficients a procedure of regulator synthesis is developed. The proposed procedure is based on modular management method and is reduced to solution of a system of matrix equations of Silvestre type. The results are applied to the problem of synthesis of proportional regulator for a spatial tracking system; analysis of transient behavior is performed for typical operation modes of the system.

Keywords: system analysis, mathematical modeling and management of technical systems.

Data on author

- Valery V. Grigoriev* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Olga K. Mansurova* — Cand. Techn. Sci.; Northwest State Correspondence Technical University, Department of Automation of Productions, St. Petersburg
- Marina M. Motylkova* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: motylkovamm@yandex.ru
- Eugeny Yu. Rabysh* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: Rabyshj@yandex.com
- Valentin Yu. Ryuhin* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics
- Nikolay A. Cherevko* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: epostbox1@mail.ru

P. 23—27.

ON OBSERVATION VECTOR FORMALIZATION FOR MEASURING SYSTEM OF UNMANNED FLYING VEHICLE

Structure analysis of a measuring system of unmanned flying vehicle is carried out. The vector of measured data is formalized.

Keywords: avionics measuring system, vector of measurements.

Data on authors

- Leonid V. Andreev* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Aerospace Equipment, Department of Stabilization, Navigation and Control System; E-mail: Lio8300@mail.ru
- Sergey V. Bogoslovsky* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Equipment, Department of Stabilization, Navigation and Control System; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Boris V. Vidin* — Cand. Techn. Sci., Professor; P. A. Efimov Scientific Design Bureau "Electroavtomatica", St. Petersburg; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Igor O. Zharinov* — Cand. Techn. Sci.; P. A. Efimov Scientific Design Bureau "Electroavtomatica", St. Petersburg; E-mail: igor_rabota@pisem.net
- Oleg O. Zharinov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Aerospace Equipment, Department of Computer and Electronic System; E-mail: zharinov@hotmail.ru
- Pavel P. Paramonov* — Dr. Techn. Sci., Professor; P. A. Efimov Scientific Design Bureau "Electroavtomatica", St. Petersburg; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru
- Yury I. Sabo* — Dr. Techn. Sci., Professor; P. A. Efimov Scientific Design Bureau "Electroavtomatica", St. Petersburg; E-mail: postmaster@elavt.spb.ru

P. 28—32.

OBSERVER SYNTHESIS IN THE PRESENCE OF DISTURBANCES IN OUTPUT VARIABLE MEASUREMENT PROCESS

A new approach to synthesis of dynamic observer of a linear object is proposed for the case when available measurements of the output variable include unknown additional sinusoidal disturbance.

Keywords: dynamic observer, measurement, output with disturbance.

Data on author

- Stanislav V. Aranovskiy* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics
- Vladimir M. Bardov* — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics
- Aleksey A. Bobtsov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: bobtsov@mail.ru
- Alexander A. Capitonov* — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics
- Anton A. Pyrkin* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics

P. 33—38.

APPLICATION OF LINEAR VERSION OF SERIAL COMPENSATOR METHOD FOR STABILIZATION OF SYSTEM WITH POWER STATIC NONLINEARITIES

The problem of stabilization of nonlinear system subject to limited external disturbance is analyzed. Application of linear version of serial compensator is considered in the case when only output variable and control signal may be measured, and the nonlinearities are static and power-limited.

Keywords: compensator, stabilization, nonlinear system.

Data on authors

- Aleksey A. Bobtsov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: bobtsov@mail.ru
- Nikolay A. Nikolaev* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics

P. 38—43.**ESTIMATION OF CONTROL COSTS IN THE PROBLEM OF ENSURING OF REQUIRED MODE STRUCTURE AND ROBUSTNESS**

The problem of synthesis of robust continuous system with assigned mode structure is discussed. The proposed approach is based on fixing of required transient time and choice of mode structure in such a way as to minimize control costs. Algorithm of the synthesis with the use of control costs gramian is presented.

Keywords: dynamic system, gramian, control costs, robustness.

Data on authors

- Dmitry S. Biryukov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: dbiryukov@list.ru
- Olga V. Slita* — Cand. Techn. Sci.; Baltic State Technical University “Voenmech”; Department of Mechatronics and Robototechnology; E-mail: o-slita@yandex.ru
- Anatoly V. Ushakov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru

P. 43—49.**MODAL CONTROL OVER DYNAMIC SINGLE-CHANNEL OBJECT UNDER A COMPLEX EXTERNAL STOCHASTIC INFLUENCE**

The problem of synthesis of modal control over continuous object of the type of “single input—output” in the conditions of complex external stochastic influence is considered. The proposed solution is based on the concept of vector-matrix similarity of projected system to generated polynomial dynamic modal model.

Keywords: complex external stochastic factors, dynamic object, modal control.

Data on authors

- Anatoly V. Ushakov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru
- Artem Yu. Tsventarnyi* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: Taifyn@nm.ru

P. 50—56.

CONTROL OVER TRAJECTORY MOTION OF MULTICHANNEL DYNAMIC SYSTEM

The problem of synthesis of trajectory motion control algorithm for multichannel object relative to output variables space smooth curves is solved on the base of coordinates transformation method and dynamic properties of a surface mobile basis. Examples are presented of motion along typical flat trajectories (straight line and circle).

Keywords: trajectory motion of multichannel objects, coordinates transformation method, synthesis of control algorithm.

Data on authors

- Alexander B. Bushuev* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: bushuev@inbox.ru
- Elena G. Isaeva* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: isaeva_elena@inbox.ru
- Sergey N. Morozov* — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: sirozha_86@mail.ru
- Sergey A. Chepinsky* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: chepinsky_s@hotmail.com

P. 56—61.

GENERATION OF STIMULI PROVIDING MOTION OF TWO-LEGGED WALKING ROBOT IN SAGITTAL PLANE

The problem of synthesis of comfort movement of two-legged walking robot is analyzed on the base of assignment of programmed trajectories for pelvis and feet in Cartesian coordinates. An analytical approach based on inverse kinematic problem is proposed for generation of input signals fed to executive mechanism drives.

Keywords: kinematic chain, comfortable motion, programmed trajectories, direct and inverse kinematic problems, zero-moment point.

Data on authors

- Rostislav A. Alexeev* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: RostAlexeev@yandex.ru
- Yury P. Kotelnikov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: Kotel@mail.ifmo.ru

P. 62—66.**CONSTRUCTION OF REAL-VALUED CRITERION MATRIX FOR SINGLE-CHANNEL SYSTEM**

The problem of control over degeneration of dynamic system of the type of “multidimensional input—multidimensional output” is considered. The proposed approach is based on design of a toolkit for analysis of degeneracy of criterion matrix constructed for the system.

Keywords: dynamic system, functional of the degeneration, criterion matrix, matrix geometrical progression.

Data on authors

- Nataliya A. Dudarenko* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: dudarenko@yandex.ru
- Maya V. Polyakova* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: 12noch@mail.ru
- Anatoly V. Ushakov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru

P. 66—71.**DEGENERACY OF INDUSTRIAL SYSTEM CAUSED BY ANTHROPOGENIC FATIGUE OF ITS COMPONENTS**

The problem of degeneracy of industrial dynamic system caused by anthropogenic fatigue of the system components. The proposed solution to the problem is based on construction and analysis of criterion matrix for the dynamic system of the type of “multidimensional input—multidimensional output”.

Keywords: estimation of the degeneration, criterial matrix, tiredness of anthropocomponent.

Data on authors

- Nataliya A. Dudarenko* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: dudarenko@yandex.ru
- Maya V. Polyakova* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: 12noch@mail.ru
- Anatoly V. Ushakov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru

P. 72—77.

CONTROL OVER SINGLE-CHANNEL OBJECT WITH THE USE OF SERIAL BINARY COMMUNICATION LINK

Model approaches to the problem of digital remote control over technical objects of the type of “multidimensional input—multidimensional output” are considered. Perspective concepts and methods applicable to the problem are presented.

Keywords: digital remote control, communication channel, dimension of system.

Data on authors

- Nataliya A. Dudarenko* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: dudarenko@yandex.ru
- Olga S. Nuya-Osiptseva* — Cand. Techn. Sci.; Siemens, St. Petersburg; Leading expert
- Anatoly V. Ushakov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru
- Maxim I. Filippov* — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics

P. 77—83.

NOISE-IMMUNE DECODING OF SYSTEMATIC CODES

Dependence of convergence rate of observation process on nilpotency index of dynamic observer matrix is determined. The problem of noise-immune decoding is addressed in the form of construction of dynamic observer of initial state vector.

Keywords: dynamic observer, observer residual vector, noise-immune decoding.

Data on authors

- Anatoly V. Ushakov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: Ushakov-AVG@yandex.ru
- Elena S. Yaitskaya* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: yaitskayaes@mail.ru

P. 84—87.

PIEZOELECTRIC DRIVE ON THE BASIS OF THIN-FILM PIEZOCERAMICS

The problem of mathematical modeling of piezoelectric drive on the basis of multilayered thin-film piezoceramics and experimental estimation of its fundamental characteristics are considered.

Keywords: piezoelectric actuators, piezoelectric drive, characteristics of piezoceramics.

Data on authors

- Vladimir I. Boykov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: viboykov@mail.ru
- Sergey V. Bystrov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Valery V. Grigoriev* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Dmitry E. Obertov* — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: dimondking@mail.ru

P. 87—90.

EXPERIMENTAL STUDY OF CHARACTERISTICS OF NEW-GENERATION PIEZOELECTRIC DRIVE

Results of experimental determination of characteristics of piezoelectric drives based on thin-film low-voltage piezoelectric actuators are presented. Estimations are carried out of potentially achievable values of technical characteristics of the drives for micro-movements of operated modules of precision devices. Problems of realization of high-precision and stable-working micro-movers are discussed.

Keywords: piezoelectric actuators, piezoelectric drive, characteristics of piezoceramics.

Data on authors

- Vladimir I. Boykov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: viboykov@mail.ru
- Sergey V. Bystrov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: sbystrov@mail.ru
- Anatoly N. Koroviakov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: anatoliyru@mail.ru
- Igor P. Salmygin* — Senior Lecturer; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics, and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: igorsalmygin@yandex.ru